Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 3

Matricola: | | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:									

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\sinh(x\,y) + 2x^2 - y}{1+x^2} & |y| \leq \sqrt{|x|} \text{ e } y = -x^2 \\ \dfrac{x^2 + (1-\beta)y + y^2}{y+x^2} & \text{altrimenti} \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *è derivabile parzialmente in* $(0,0) \iff \beta = 1$.

(2) f *è differenziabile in* $(0,0)$ *per almeno un* $\beta \in \mathbf{R}$.

1.A Entrambe. — Solo la seconda. **1.B**
1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la prima. **1.D**

2. *Siano* $Q = [-\pi/2, \pi/2] \times [-\pi/2, \pi/2]$ *e* $f\colon Q \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \max\{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y\,,\ \operatorname{sen}(x+y)\}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *ammette infiniti punti di massimo assoluto.*

(2) f *non ammette punti di massimo assoluto su* ∂Q.

2.A Solo la prima. — Entrambe. **2.B**
2.C Solo la seconda. — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. *Siano* $f, g\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ *date da* $f(x,y) = (2+3x, 3y-1)$ *e* $g(x,y) = (e^y \operatorname{sen} x, e^y \cos x)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *e* g *sono entrambe globalmente invertibili su* $\mathbf{R}^2$

(2) $f \circ g$ *è localmente invertibile in ogni punto di* $\mathbf{R}^2$

3.A Entrambe. — Solo la prima. **3.B**
3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la seconda. **3.D**

4. *Siano* $\alpha > -2$ *e* $n \in \mathbf{N}$ *con* $n > 0$. *Sia* $f_n(x) = (\exp(1/n^{2+\alpha}) - 1)\,\mathrm{sen}\left(\frac{1+3x}{n^2}\right)\chi_{]-2/n,n[}(x)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f_n *converge puntualmente su* $\mathbf{R}$.

(2) f_n *converge uniformemente solo sui limitati di* $\mathbf{R}$.

4.A Solo la prima. — Entrambe. **4.B**
4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la seconda. **4.D**

5. *Siano* $a \in \mathbf{R}$ *e* $\varphi: I \to \mathbf{R}$ *la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = 2 - x^{16} \\ x(0) = a \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Se* $a = 0$, φ *è limitata*

(2) *Se* $a = 1$, I *è limitato superiormente.*

5.A Solo la seconda. — Entrambe. **5.B**
5.C Solo la prima. — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.D**

6. *Siano* $r, R \in \mathbf{R}$ *con* $R > r > 0$ *e* $C = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : r^2 \le x^2 + y^2 \le R^2\right\}$.

$$\int\!\!\int_C \left(e^{x^2+y^2} + 2x - 3\arctan(x\,y) + 2\sinh(x)\right) dx\,dy = \pi(e^3 - e^{r^2})$$

se e solo se

6.A $R = \sqrt{3}$ — $R = 3\sqrt{3}$ **6.B**
6.C $R = 3$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. *Sia* $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *la funzione* 2π*-periodica tale che* $f(x) = x\,|x|$ *per* $x \in\,]-\pi, \pi]$. *Siano* a_k, b_k *i coefficienti di Fourier di* f *e* $\mathcal{F}$ *la sua serie di Fourier. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\mathcal{F}$ *converge puntualmente su* $\mathbf{R}$.

(2) $a_1 - b_2 = \pi$.

7.A Entrambe. — Solo la seconda. **7.B**
7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la prima. **7.D**

8. *Sia* $\varphi: I \to \mathbf{R}$ *la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} y' - (2y+1)x = e^{x^2} \\ y(0) = 1/2. \end{cases}$ *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $I = \mathbf{R}$ *e* $\lim_{x\to+\infty} \varphi(x) = +\infty$.

(2) φ *è dispari ed è limitata inferiormente.*

8.A Solo la prima. — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**
8.C Entrambe. — Solo la seconda. **8.D**

9. *Siano* (X, d_X) *e* (Y, d_Y) *due spazi metrici,* $f: X \to Y$ *una funzione ed* $x: \mathbf{N} \to X$ *una successione in* X. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Se* f *è continua su* X *e la successione* x *è convergente in* X, *allora* $f(x_n)$ *ammette limite in* Y.

(2) *Se* f *è uniformemente continua su* X *e la successione* x *è di Cauchy, allora* $f(x_n)$ *è di Cauchy.*

9.A Solo la prima. — Entrambe. **9.B**
9.C Solo la seconda. — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	A	D	A	C	A	A	A	B	