

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia φ la soluzione massimale del Problema di Cauchy $\begin{cases} y^{(iv)} - y'' = x - 1 \\ y(0) = y'''(0) = 1 \\ y'(0) = y''(0) = 0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) φ è definita su \mathbf{R} e ammette asintoti obliqui sia a $+\infty$, sia a $-\infty$.

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$ e $\varphi(1) = \frac{1}{2}(e - 3/e) + \frac{1}{3}$

1.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**
 1.C Solo la prima. Solo la seconda. **1.D**

2. Siano x_n ed y_n due successioni nello spazio metrico (X, d) tali che $\lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Se x_n non ha limite allora anche y_n non ha limite.

(2) Se x_n è illimitata, anche y_n è illimitata.

2.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**
 2.C Solo la seconda. Solo la prima. **2.D**

3. Al variare di $n \in \mathbf{N}$, sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione integrabile su \mathbf{R} . Inoltre, $f_n \xrightarrow{p} 0$ su \mathbf{R} . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) La serie $\sum_{n=0}^{+\infty} f_{n+1}(x) f_n(x)$ converge puntualmente su \mathbf{R} .

(2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{\mathbf{R}} f_n(x) dx$ converge ad un numero reale.

3.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**
 3.C Solo la seconda. Solo la prima. **3.D**

4. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$, $B = [-1, 1] \times [2, 4]$ e $f(x, y) = \begin{cases} x^2 \sinh y + \exp\left(x^2 + \frac{y^2}{4}\right) & \text{se } y \leq 2 \\ y \arctan x + y e^x & \text{se } y > 2 \end{cases}$.

Allora, $\int \int_{A \cup B} f(x, y) dx dy =$

4.A $2\pi + 6e$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.B

4.C $2\pi(e-1) + 6(e-e^{-1})$

$2\pi(e-2) + 6(e^2-1)$ 4.D

5. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\ln(3x^4+y^2)+x^3+\alpha y+\beta}{y-1+x^2} & \text{se } (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus A \\ 0 & \text{se } (x, y) \in A \end{cases}$, con $A = \{(0, 0)\} \cup \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y = 1\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è derivabile parzialmente in $(0, 0) \Leftrightarrow \alpha > 0$.

(2) f è derivabile parzialmente in $(0, 1) \Leftrightarrow \alpha = -2$ e $\beta = 2$.

5.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.B

5.C Entrambe.

Solo la seconda. 5.D

6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = 2y - x e^y - 1$. (Qui "TFI" significa Teorema della Funzione Implicita.). Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\{(x_o, y_o) \in \mathbf{R}^2 : f(x_o, y_o) = 0 \text{ ma TFI non si applica in } (x_o, y_o)\} = \emptyset$

(2) TFI si applica in (x_o, y_o) se e solo se $x_o < 0$ e y_o è scelto opportunamente.

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. 6.B

6.C Entrambe.

Solo la prima. 6.D

7. Sia φ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = 3 \sin x - 2 \cos x \\ x(0) = \pi/2 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) φ è definita su \mathbf{R} ed è strettamente crescente.

(2) φ non ammette zeri.

7.A Solo la prima.

Entrambe. 7.B

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. 7.D

8. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = e^{1+y+x^2}$ e sia $C = \{(x, y) \in [-2, 2] \times \mathbf{R} : y = \sqrt{4-x^2}\}$. Allora:

8.A $\max_C f / \min_C f = e^2$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.B

8.C $\max_C f / \min_C f = e^{9/4}$

$\max_C f / \min_C f = e^6$ 8.D

9. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione 2π -periodicatale che per $x \in [-\pi, \pi[$ vale $f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } |x| < \pi/2 \\ \pi/2 & \text{altrimenti} \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) La serie di Fourier di f non converge uniformemente su \mathbf{R} a f .

(2) Detti a_n, b_n i coefficienti di Fourier di f , si ha $a_2 + a_4 = -1/\pi$.

9.A Solo la prima.

Entrambe. 9.B

9.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 9.D

A.A. 16/17 - Scritto n. 1

A.1

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	A	B	C	D	A	B	C	C	