

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $f: \mathbf{R}^2 \setminus \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x = y\} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \frac{1}{x-y} \int_y^x \varphi(t) dt$, dove $\varphi \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$. [Può essere utile il cambiamento di variabile $s = (t - y)/(x - y)$]. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f può essere estesa ad una funzione definita e continua su tutto \mathbf{R}^2 .
 (2) f può essere estesa ad una funzione derivabile parzialmente su tutto \mathbf{R}^2 .

- 1.A** Entrambe. **1.B** Solo la prima.
1.C Solo la seconda. **1.D** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

2. Siano R il rettangolo di vertici $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(-1, 1)$ e $(-1, 0)$ ed $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq \sqrt{|x|}\}$. Sia $f: R \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } (x, y) \in R \setminus A, \\ ye^x + 3 \cos y \sin x + 2 \arctan x & \text{se } (x, y) \in A \cap R. \end{cases}$ Allora $\int \int_R f(x, y) dx dy =$

- 2.A** $-1 + \cosh 1$ **2.B** $-1 + \pi/2$
2.C $\pi - \cosh 1$ **2.D** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

3. Date $f, g: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, si considerino i Problemi di Cauchy $(P_f) \begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$ e $(P_g) \begin{cases} \dot{x} = g(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) (P_f) e (P_g) soddisfano alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale
 $\Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = f(x)g(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale.
 (2) (P_f) e (P_g) soddisfano alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale
 $\Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale.

- 3.A** Solo la seconda. **3.B** Solo la prima.
3.C Entrambe. **3.D** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = x^2 + \frac{y^2}{3}$ e sia $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y = \sqrt{4 - (x - 1)^2}\}$. Si consideri f vincolata a C . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Su C , f ammette un unico punto di massimo assoluto.
 (2) $\frac{\max_C f}{\min_C f} = \frac{54}{5}$.

4.A Solo la seconda.

4.C Entrambe.

Solo la prima. 4.B

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.D

5. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} & y \geq x^3, x + y \neq 2\pi, x \neq 0 \\ \frac{\sin x + \sin y}{x + y - 2\pi} & y < x^3, x + y \neq 2\pi \\ 3\alpha + 2 & x + y = 2\pi \text{ o } x = y = 0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f_α è continua in $(\pi, \pi) \Leftrightarrow \alpha = -1$.

(2) $\{\alpha \in \mathbf{R} : f_\alpha \text{ è differenziabile in } (0, 0)\} = \emptyset$.

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5.C Solo la seconda.

Entrambe. 5.B

Solo la prima. 5.D

6. Sia $y = y(x)$ la soluzione di $\begin{cases} y'' - y = x + |x| \\ y(1) = -2 \\ y(2) = -4. \end{cases}$ Allora,

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

6.C $y(-1) + y(3) = -e$

y è illimitata e $y(0) = 0$ 6.B

$y(0) + y(3) = e$ 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: A A A C B B