

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = e^{2\sin x} \\ x(0) = 1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\sup I = +\infty$.
(2) $\lim_{t \rightarrow \sup I} \varphi(t) = +\infty$.

- 1.A Solo la seconda. Entrambe. **1.B**
1.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\arctan(2x^2 + 3y^2)}{(2x^2 + 3y^2)^{\alpha-2}} & x < 1, (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) \in \{(0, 0), (2, 0)\} \\ \frac{3(x-2)y}{y^2 + (x-2)^2} & x \geq 1 \text{ e } (x, y) \neq (2, 0). \end{cases}$ con $\alpha \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile in $(2, 0)$ se e solo se $\alpha < 5/2$.
(2) f è continua su \mathbf{R}^2 se e solo se $\alpha < 1/2$.

- 2.A Solo la seconda. Entrambe. **2.B**
2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **2.D**

3. Sia (X, d) uno spazio metrico e $x, y: \mathbf{N} \rightarrow X$ due successioni di elementi di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se la successione $d(x_n, y_n)$ è di Cauchy, allora le successioni x e y convergono.
(2) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0$, allora le successioni x e y convergono ed hanno lo stesso limite.

- 3.A Solo la seconda. Entrambe. **3.B**

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. **3.D**

4. Siano $D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} \leq 1 \right\}$ e $f: D \rightarrow \mathbf{R}$ con $f(x, y) = \begin{cases} 2xy^3 + \arctan(3xy) + 30e^{3x^2+5y^2} & y \geq 0, \\ 0 & y < 0. \end{cases}$

Allora $\int \int_D f(x, y) dx dy =$

4.A $\sqrt{3} \pi (e^5 - 1)$

$\frac{\sqrt{15} \pi (e^{15} - 1)}{\sqrt{5/3} \pi (e^{3/5} - 1)}$ **4.B**

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

4.D

5. Sia $y = y(t)$ soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 4t y' = -4 \exp(-2t^2) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni

è/sono certamente vera/e?

(1) y ha un unico punto di massimo.

(2) y è dispari e $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = +\infty$.

5.A Solo la prima.

Entrambe. **5.B**

5.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.D**

6. Sia $f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita implicitamente da $x^2 y + e^{x+y} = 0$, con $y = f(x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $y = 0$ è asintoto orizzontale di f per $x \rightarrow -\infty$.

(2) $x = 0$ è asintoto verticale per f .

6.A Entrambe.

Solo la prima. **6.B**

6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B C C B A A