

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 3

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = 2t + \text{sen } x \\ x(0) = \pi \end{cases}$. È allora necessariamente vero che, in un intorno di $t = 0$:

- 1.A φ è convessa. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**
 1.C φ è strettamente crescente. φ cambia segno. **1.D**

2. Sia $f: \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = [(1 + 2 \arctan x^2) \ln(1 + 3x^2 + 2y^2)]^{-1}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f non ammette punti di minimo.
 (2) f non è inferiormente limitata.

- 2.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**
 2.C Solo la prima. Entrambe. **2.D**

3. Siano (X, d_X) e (Y, d_Y) due spazi metrici, $f: X \rightarrow Y$ una funzione continua su X ed $x: \mathbf{N} \rightarrow X$ una successione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se (Y, d_Y) è completo ed x è di Cauchy, allora esiste il $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.
 (2) Se (X, d_X) è completo ed x è di Cauchy, allora esiste il $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

- 3.A Entrambe. Solo la prima. **3.B**
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **3.D**

4. Sia $g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ e sia $f = \nabla g$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\exists g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ tale che f è localmente invertibile in ogni punto di \mathbf{R}^2 .
 (2) $\exists g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ tale che f non soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in ogni punto di \mathbf{R}^2 .

- 4.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**

4.C Solo la seconda.

Entrambe. 4.D

5. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} & y \geq x^3, x + y \neq 2\pi, x \neq 0 \\ \frac{\sin x + \sin y}{x + y - 2\pi} & y < x^3, x + y \neq 2\pi \\ 3\alpha + 2 & x + y = 2\pi \text{ o } x = y = 0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f_α è continua in $(\pi, \pi) \Leftrightarrow \alpha = -1$.

(2) $\{\alpha \in \mathbf{R} : f_\alpha \text{ è differenziabile in } (0, 0)\} \neq \emptyset$.

5.A Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.B

5.C Solo la prima.

Solo la seconda. 5.D

6. Siano R il rettangolo di vertici $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(-1, 1)$ e $(-1, 0)$ ed $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq \sqrt{|x|}\}$. Sia $f: R \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } (x, y) \in R \setminus A, \\ ye^x + 3 \cos y \sin x + 2 \arctan x & \text{se } (x, y) \in A \cap R. \end{cases}$ Allora $\int \int_R f(x, y) dx dy =$

6.A $-1 + \pi/2$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.B

6.C $-1 + \cosh 1$

$\pi - \cosh 1$ 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: A C D D C C