

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 2**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6

Risposta:                 

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $\beta \in \mathbf{R}$  e sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} (y^4 + \sin x^3)(x^2 + y^2)^{-\beta} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f \in \mathbf{C}^0(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  se e solo se  $\beta < 3/2$ .  
 (2) Esiste  $\partial_x f(0, 0)$  se e solo se  $\beta \leq 1$ .

- 1.A Solo la seconda. Entrambe.    1.B  
 1.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta    1.D

2. In  $\mathbf{R}^2$ , sia  $A$  l'intersezione del semipiano  $x \geq 0$  con il cerchio  $x^2 + y^2 \leq 2$ . Allora

$$\int \int_A \left( \frac{\ln(1 + x^2 + y^2)}{1 + x^2 + y^2} + 5y \sin(x^2 + y^2) + x^2 \right) dx dy =$$

- 2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $\frac{\pi \ln 3}{2}$     2.B  
 2.C  $\frac{\pi \ln^2 3}{4} + \frac{\pi}{2}$   $\frac{\pi \ln^2 3}{2}$     2.D

3. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico, siano  $A, B$  sottoinsiemi non vuoti di  $X$  e sia  $x$  un elemento di  $X$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $x$  è di accumulazione per  $A$  e per  $B$ , allora  $A \cap B \neq \emptyset$ .  
 (2) Se  $x$  è di accumulazione per  $B$  e  $B \subseteq A$  allora  $x$  è di accumulazione per  $A$ .

- 3.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta    3.B  
 3.C Entrambe. Solo la seconda.    3.D

4. Sia  $\varphi_a: I_a \rightarrow \mathbf{R}$ , con  $a \in \mathbf{R}$ , una soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = y \ln(y + 5) \\ y(0) = a \end{cases}$ .

- 4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta  
 4.B Esiste un unico  $a \in \mathbf{R}$  tale che  $\varphi_a$  è stazionaria.  
 4.C  $\forall a \in ]-4, 0]$ ,  $\varphi_a$  è monotona decrescente (in senso lato).  
 4.D  $\forall a \in \mathbf{R}$ ,  $\varphi_a$  esiste unica e  $I_a$  è illimitato.

5. L'equazione  $2x + 3x^2y + \sin(xy) - y = 0$  definisce su  $\mathbf{R}$  una funzione  $y = \varphi(x)$  tale che  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x) + x^2}{2x} =$  1    5.B  
 5.A 0  
 5.C -1 Nessuna delle altre affermazioni è esatta    5.D

6. Al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$ , sia  $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = (3x^2 + 2y^2)(\alpha^2 + x - 2\alpha - y^2)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\alpha < 2 \Rightarrow (0, 0)$  è punto di massimo locale per  $f_\alpha$ .  
 (2)  $\alpha < 0 \Rightarrow (0, 0)$  è punto di minimo locale per  $f_\alpha$ .

- 6.A Entrambe. Solo la seconda.    6.B  
 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima.    6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A:    B  C  D  C  B  B