

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 5

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:									

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} & y \geq x^3, x + y \neq 2\pi, x \neq 0 \\ \frac{\sin x + \sin y}{x + y - 2\pi} & y < x^3, x + y \neq 2\pi \\ 3\alpha + 2 & x + y = 2\pi \text{ o } x = y = 0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_α è continua in $(\pi, \pi) \Leftrightarrow \alpha = -1$.
 (2) $\{\alpha \in \mathbf{R} : f_\alpha \text{ è differenziabile in } (0, 0)\} = \emptyset$.

1.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1.B
 1.C Entrambe. Solo la seconda. 1.D

2. Data $g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, sia $f(x, y) = (g'(x) + \arctan g(y), g'(y) + \arctan g(x))$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\exists g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ tale che f è localmente invertibile in un intorno di un qualunque $(x_0, y_0) \in \mathbf{R}^2$.
 (2) $\forall g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, f è localmente invertibile in un intorno di $(0, 0)$.

2.A Entrambe. Solo la seconda. 2.B
 2.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2.D

3. Date $f, g: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, si considerino i Problemi di Cauchy $(P_f) \begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$ e $(P_g) \begin{cases} \dot{x} = g(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\Rightarrow \begin{cases} (P_f) \text{ e } (P_g) \text{ soddisfano alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale} \\ \dot{x} = f(x) + g(x) \\ x(0) = 1 \end{cases} \text{ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale.}$
 (2) $\Rightarrow \begin{cases} (P_f) \text{ e } (P_g) \text{ soddisfano alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale} \\ \dot{x} = f(x) g(x) \\ x(0) = 1 \end{cases} \text{ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale.}$

- 3.A** Solo la seconda. Entrambe. **3.B**
3.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. Sia $f: \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \neq y\} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \frac{1}{y-x} \int_x^y \varphi(t) dt$, dove $\varphi \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$. [Può essere utile il cambiamento di variabile $s = (t - x)/(y - x)$]. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f può essere estesa ad una funzione definita e continua su tutto $\mathbf{R}^2$.
 (2) f può essere estesa ad una funzione derivabile parzialmente su tutto $\mathbf{R}^2$.

- 4.A** Entrambe. Solo la seconda. **4.B**
4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **4.D**

5. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = x^2 + \frac{y^2}{3}$ e sia $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y = \sqrt{4 - (x - 1)^2}\}$. Si consideri f vincolata a C . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): Su C , f ammette un unico punto di massimo assoluto. (2): $\frac{\max_C f}{\min_C f} = 9$.

- 5.A** Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**
5.C Solo la seconda. Solo la prima. **5.D**

6. Siano R il rettangolo di vertici $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(-1, 1)$ e $(-1, 0)$ ed $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq \sqrt{|x|}\}$. Sia $f: R \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } (x, y) \in R \setminus A, \\ ye^x - 2 \cos y \sin x + 4 \arctan x & \text{se } (x, y) \in A \cap R. \end{cases}$ Allora $\int_R f(x, y) dx dy =$

- 6.A** $-1 + \pi/2$ $-1 + \cosh 1$ **6.B**
6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta $\pi - \cosh 1$ **6.D**

7. Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{x}{n+n^2} - \frac{x}{(n+1)(n+2)} \right)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La serie converge puntualmente su $\mathbf{R}$ ad una funzione analitica.
 (2) La serie converge uniformemente su $\mathbf{R}$.

- 7.A** Solo la seconda. Solo la prima. **7.B**
7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **7.D**

8. Sia $f_n:]0, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = (\pi - 2 \arctan(n/x)) n$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n converge puntualmente su $]0, +\infty[$.
 (2) f_n converge uniformemente su $[10, 100]$.

- 8.A** Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**
8.C Solo la seconda. Entrambe. **8.D**

9. Sia $y = y(x)$ la soluzione di $\begin{cases} y'' - y = x + |x| \\ y(-1) = 1, \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0. \end{cases}$ Allora,

- 9.A** $y(-6) + y(0) = e^{-5} + e$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$ e $y(0) = 1$ **9.B**
9.C $y(0) = e$ e y è limitata Nessuna delle altre affermazioni è esatta **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	C	C	A	D	B	B	D	A	