Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 4

Matricola: | | | | | | |

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:									

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. *Sia* $\varphi\colon I \to \mathbf{R}$ *la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = e^{2\operatorname{sen} x} \\ x(0) = 1 \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\sup I = +\infty$.

(2) $\lim_{t\to\sup I} \varphi(t) = +\infty$.

1.A Solo la seconda. Solo la prima. **1.B**
1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **1.D**

2. *Sia* (X, d) *uno spazio metrico e* $x, y\colon \mathbf{N} \to X$ *due successioni di elementi di* X. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Se la successione* $d(x_n, y_n)$ *è di Cauchy, allora le successioni* x *e* y *convergono.*

(2) *Se* $\lim_{n\to+\infty} d(x_n, y_n) = 0$, *allora le successioni* x *e* y *convergono ed hanno lo stesso limite.*

2.A Solo la seconda. Entrambe. **2.B**
2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **2.D**

3. *Siano* $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0 \text{ e } x^2 + y^2 \leq 4\}$ *e* $f\colon A \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x, y) = 3x + y$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1): $\min f = -6$. *(2):* $\max f = 2\sqrt{10}$.

3.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**
3.C Solo la seconda Entrambe. **3.D**

4. *Sia* $y = y(t)$ *soluzione del problema di Cauchy* $\begin{cases} y'' + 4\,t\,y' = -4\exp(-2t^2) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$ *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) y *è dispari e* $\lim_{t\to+\infty} y(t) = +\infty$.

(2) y *è convessa in un intorno di* $t = 0$.

4.A Entrambe. Solo la prima. **4.B**
4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **4.D**

5. *Sia* $f\colon \mathbf{R}\setminus\{0\} \to \mathbf{R}$ *la funzione definita implicitamente da* $x^2\,y + e^{x+y} = 0$, *con* $y = f(x)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $y = 0$ *è asintoto orizzontale di* f *per* $x \to -\infty$.
(2) $x = 0$ *è asintoto verticale per* f.

5.A Solo la prima. Solo la seconda. **5.B**
5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **5.D**

6. *Sia* $f_n\colon]0,+\infty[\ \to \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \big(\pi - 2\arctan(n/x)\big)\,n$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f_n *converge puntualmente su* $]0,+\infty[$.
(2) f_n *converge uniformemente su* $[10,100]$.

6.A Solo la seconda. Entrambe. **6.B**
6.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(3x^2+2y^2)}{(3x^2+2y^2)^{\alpha-2}} & y<1,\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)\in\{(0,0),\ (0,2)\} \\ \dfrac{3(y-2)x}{x^2+(y-2)^2} & y\geq 1 \text{ e } (x,y)\neq(0,2). \end{cases}$ *con* $\alpha \in \mathbf{R}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *è differenziabile in* $(0,2)$ *se e solo se* $\alpha < 3/2$.
(2) f *è differenziabile in* $(0,0)$ *se e solo se* $\alpha < 5/2$.

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **7.B**
7.C Entrambe. Solo la prima. **7.D**

8. *Al variare di* $\alpha \in \mathbf{R}$, *sia* $f_\alpha\colon I \to \mathbf{R}$ *data da* $f_\alpha(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{1+\alpha}}{(x^4+5)^n}$, *con* I *intervallo in* $\mathbf{R}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, $\forall a,b \in \mathbf{R}$, f_α *è definita su* $[a,b]$ *e* $\int_a^b f_\alpha(x)dx = \sum_{n=1}^{+\infty} \int_a^b \frac{n^{1+\alpha}}{(x^4+5)^n}dx$
(2) *La serie che definisce* f_α *è puntualmente convergente su* $\mathbf{R}$ *ma non uniformemente.*

8.A Solo la seconda. Solo la prima. **8.B**
8.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

9. *Siano* $D = \left\{(x,y)\in\mathbf{R}^2 : \dfrac{x^2}{5} + \dfrac{y^2}{3} \leq 1\right\}$ *e* $f\colon D \to \mathbf{R}$ *con* $f(x,y) = \begin{cases} 2xy^3 + \arctan(3xy) + 30e^{3x^2+5y^2} & y\geq 0, \\ 0 & y<0. \end{cases}$
Allora $\int\int_D f(x,y)dx\,dy =$

9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta $\sqrt{5/3}\,\pi(e^{3/5}-1)$ **9.B**
9.C $\sqrt{15}\,\pi(e^{15}-1)$ $\sqrt{3}\,\pi(e^{5}-1)$ **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	C	D	C	D	B	B	B	C	