Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 2

Matricola: | | | | | | |

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:									

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. *In* $\mathbf{R}^2$*, sia* A *l'intersezione del semipiano* $y \geq 0$ *con il cerchio* $x^2 + y^2 \leq 2$*. Allora*

$$\int\int_A \left(\frac{\ln(1+x^2+y^2)}{1+x^2+y^2} + 3x \arctan(x^2+y^2) + y^2 \right) dx\, dy =$$

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

1.B $\dfrac{\pi \ln 3}{2}$

1.C $\dfrac{\pi \ln^2 3}{4} + \dfrac{\pi}{2}$

1.D $\dfrac{\pi \ln^2 3}{2}$

2. *Sia* f *la funzione* 2π*–periodica definita per* $x \in]-\pi, \pi]$ *da* $f(x) = \pi - |x|$*. Siano* a_k *e* b_k *i coefficienti di Fourier di* f *e sia* $\mathcal{F}$ *la serie di Fourier di* f*. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\mathcal{F}(3\pi) = 0.$

(2) $a_0 = \pi,\ b_1 = 0$ *e* $a_3 = 4/(9\pi).$

2.A Solo la prima.

2.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2.C Entrambe.

2.D Solo la seconda.

3. *Sia* $\gamma \in \mathbf{R}$ *e sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} (y^4 + \operatorname{sen} x^3)(x^2+y^2)^{-\gamma} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f \in \mathbf{C^0}(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ *se e solo se* $\gamma < 1$.

(2) *Esiste* $\partial_y f(0,0)$ *se e solo se* $\gamma \leq 3/2$.

3.A Solo la seconda.

3.B Solo la prima.

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.D Entrambe.

4. *Al variare di* $\alpha \in \mathbf{R}$*, sia* $f_\alpha\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *definita da* $f(x,y) = (2x^2+3y^2)(\alpha^2+y-2\alpha-x^2)$*. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\alpha < 2 \Rightarrow (0,0)$ *è punto di massimo locale per* f_α.

(2) $\alpha < 0 \Rightarrow (0,0)$ *è punto di minimo locale per* f_α.

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la prima. **4.B**
4.C Entrambe. — Solo la seconda. **4.D**

5. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = (-1)^n \exp\left(-\frac{1+2x}{n^2}\right) \chi_{[n,2n]}(x)$, *con* $n \in \mathbf{N}$ *e* $n > 0$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f_n *converge uniformemente sui compatti di* $\mathbf{R}$.
(2) *Il limite puntuale di* f_n *è una funzione definita su* $\mathbf{R}$ *e derivabile ovunque.*

5.A Solo la prima. — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**
5.C Solo la seconda. — Entrambe. **5.D**

6. *L'equazione* $2x + 3x^2y + \operatorname{sen}(xy) + 2y = 0$ *definisce su* $\mathbf{R}$ *una funzione* $y = \varphi(x)$ *tale che* $\lim_{x\to 0} \frac{\varphi(x) + x^2}{2x} =$
6.A 0 — $1/2$ **6.B**
6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — $-1/2$ **6.D**

7. *Sia* $\varphi_a\colon I_a \to \mathbf{R}$, *con* $a \in \mathbf{R}$, *una soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} y' = y\ln(y+4) \\ y(0) = a \end{cases}$.
7.A $\forall\, a \in \,]-3, +\infty[$, φ_a è monotona crescente (in senso lato).
7.B $\forall\, a \in \mathbf{R}$, φ_a esiste unica e I_a è illimitato.
7.C φ_a è stazionaria se e solo se $a \in \{a_1, a_2\}$, per opportuni $a_1, a_2 \in \mathbf{R}$ distinti.
7.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

8. *Sia* $\alpha \in \mathbf{R}$. *La serie di potenze* $\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \frac{5^{n+1}(x-1)^{n+1}}{1+n^\alpha}$ *converge sulla frontiera dell'intervallo (reale) di convergenza se e solo se*
8.A $\alpha > 0$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**
8.C $\alpha \geq 0$ — $\alpha > 1$ **8.D**

9. *Sia* (X, d) *uno spazio metrico, siano* A, B *sottoinsiemi non vuoti di* X *e sia* x *un elemento di* X. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Se* x *è di accumulazione per* A *e per* B, *allora* $A \cap B \neq \emptyset$.
(2) *Se* x *è di accumulazione per* B *e* $B \subseteq A$ *allora* x *è di accumulazione per* A.

9.A Solo la prima. — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **9.B**
9.C Entrambe. — Solo la seconda. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	C	A	D	D	D	C	D	D	