

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 1

Matricola:

--	--	--	--	--

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:									

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Si considerino in $\mathbf{R}$ le metriche $d_*(x, y) = |\arctan y - \arctan x|$ e $d(x, y) = |y - x|$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Queste due metriche sono equivalenti.
 (2) $(\mathbf{R}, d_*)$ è completo.

1.A Entrambe.	1.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta
1.C Solo la seconda.	1.D Solo la prima.

2. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} (2x^2 + 3y^3) \sin \frac{1}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile su $\mathbf{R}^2$.
 (2) f è derivabile parzialmente in $(0, 0)$ e $\partial_x f(0, 0) = \partial_y f(0, 0)$.

2.A Solo la seconda.	2.B Entrambe.
2.C Solo la prima.	2.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3. Data $g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, sia $f(x, y) = (g'(y) + \arctan g(x), g'(x) + \arctan g(y))$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\exists g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ tale che f è localmente invertibile in un intorno di un qualunque $(x_o, y_o) \in \mathbf{R}^2$.
 (2) $\forall g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, f è localmente invertibile in un intorno di $(0, 0)$.

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta	3.B Solo la prima.
3.C Entrambe.	3.D Solo la seconda.

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \frac{x^2}{3} + y^2$ e sia $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x = \sqrt{4 - (y - 1)^2}\}$. Si consideri f vincolata a C . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Su C , f ammette un unico punto di massimo assoluto.

$$(2) \quad \frac{\max_C f}{\min_C f} = \frac{54}{5}.$$

4.A Entrambe.

Solo la seconda. **4.B**

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. **4.D**

5. Sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \frac{5^n x}{1 + n^2 5^n x^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f_n converge uniformemente su $[2, 3]$.

(2) f_n converge puntualmente su $[-2, 5]$.

5.A Solo la seconda.

Entrambe. **5.B**

5.C Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.D**

6. Sia Q il quadrilatero di vertici $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$ e $(0, -1)$. Allora

$$\int \int_Q \left(32(x - y)(x^2 - y^2)e^{x+y} + ye^{x^2+y^2} \right) dx dy =$$

6.A $1/(3e)$

$22/e$ **6.B**

6.C $64/(3e)$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. Sia f la funzione 2π -periodica tale che $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$ Siano $a_0, a_1, \dots, a_k, \dots$ e $b_1, b_2, \dots, b_k, \dots$ i coefficienti di Fourier di f . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad a_0 + b_2 = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{2}.$$

$$(2) \quad a_0 a_3 = -\frac{2\pi^2}{27}.$$

7.A Solo la seconda.

Solo la prima. **7.B**

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **7.D**

8. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ e sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{-x^2} - y}{\sqrt{x^2 + (y-1)^2}} & \text{se } y > e^{-x^2} \\ \alpha^2 - 5\alpha + 6 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \\ \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \int_0^{y^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{t^n}{n!} dt & \text{altrimenti} \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, f è continua in $(0, 0)$

(2) f è continua in $(0, 1)$ se e solo se $\alpha \neq 2$ e $\alpha \neq 3$.

8.A Solo la prima.

Entrambe. **8.B**

8.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

A.A. 15/16 - Scritto n. 1

A.1

9. Sia $\varphi_\alpha: I_\alpha \rightarrow \mathbf{R}$, con $I_\alpha \subseteq \mathbf{R}$, soluzione massimale del problema
$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = x e^{-2x} \\ y(0) = 5/16 \\ y'(1) = \alpha \end{cases}.$$
- 9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta
- 9.B Questo problema soddisfa alle ipotesi del teorema di Cauchy Locale.
- 9.C $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, $I_\alpha = \mathbf{R}$ e φ_α è $\mathbf{C}^\infty(\mathbf{R}; \mathbf{R})$.
- 9.D $\lim_{x \rightarrow \sup I_\alpha} \varphi_\alpha = +\infty$, per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$.

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B B B A B C A D C