

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 14/15 - Scritto n. 3**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 7 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2x^2 + y^2 \leq 1\}$  e  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \arcsen \sqrt{2x^2 + y^2}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ha infiniti punti di massimo assoluto.
- (2)  $f$  ha un unico punto di sella.

1.A Solo la seconda. Entrambe. 1.B  
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 1.D

2. Al variare di  $\alpha \in [0, +\infty[$ , sia  $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f_\alpha(x, y) = \begin{cases} 4x^3 + 3y & \text{se } y \geq 3|x| + \alpha, \\ 0 & \text{se } y \in ]-4x^2 - \alpha, 3|x| + \alpha[, \\ 2x^2 + 3y^2 & \text{se } y \leq -4x^2 - \alpha. \end{cases}$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f_\alpha \in \mathbf{C}^0(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ , per ogni  $\alpha \geq 0$ .
- (2)  $f_\alpha$  è differenziabile in  $(0, 0) \Rightarrow \alpha > 0$ .

2.A Solo la seconda. Entrambe. 2.B  
 2.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2.D

3. L'equazione  $x e^y + y e^x = 0$  definisce implicitamente un'unica funzione  $y = \varphi(x)$  definita su  $[0, +\infty[$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\varphi$  non ammette punti di minimo.
- (2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 0$

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. 3.B

3.C Entrambe.

Solo la prima. 3.D

4. Sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \frac{\exp(\frac{n(x-3)}{2})}{(x-3)^{2n} + n!}$  per  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni  $M \in \mathbf{R}$ ,  $f_n$  converge uniformemente su  $]-\infty, M]$ .  
(2)  $f_n$  converge puntualmente ma non uniformemente su  $\mathbf{R}$ .

4.A Solo la seconda.

Solo la prima. 4.B

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. 4.D

5. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema  $\begin{cases} y'' + 2y' + y = 4e^{-x} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\varphi(x)e^x - 2x^2) = e - 2 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\varphi(1) = 1$   
(2)  $\varphi$  è dispari.

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. 5.B

5.C Entrambe.

Solo la prima. 5.D

6. Si consideri lo spazio metrico  $(X, d)$ , dove  $X$  è un insieme contenente almeno 2 elementi e  $d$  la metrica discreta su  $X$ . Sia  $A$  un sottoinsieme non vuoto di  $X$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La parte interna di  $A$  è certamente vuota.  
(2)  $X$  è sconnesso.

6.A Solo la seconda.

Entrambe. 6.B

6.C Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.D

7. Siano  $E = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}$  e  $Q = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \in [-2, 2] \text{ e } |x| \in [0, 3 - 3|y|/2] \right\}$ . Allora,

$$\int_{E \setminus Q} (2x \cos y + y \sin x + 1) dx dy =$$

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$(e^3 - e^2)\pi$  7.B

7.C  $3\pi - 4$

$6\pi - 12$  7.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 14/15 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: D A B D D A D