

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 14/15 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7

Risposta:

Per ognuna delle 7 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $f_n(x) = \frac{(-1)^{n-1} x^{n+1}}{n^2 (n+1)}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$ e $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n''(x)$ hanno lo stesso raggio di convergenza.
 (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$ e $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n''(x)$ hanno lo stesso intervallo di convergenza.

- 1.A Solo la seconda. Solo la prima. **1.B**
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **1.D**

2. Sia $\mathcal{F}([-1,1]; \mathbf{R})$ l'insieme delle funzioni limitate definite su $[-1,1]$, a valori in \mathbf{R} , munito della distanza $d(f, g) = \sup_{x \in [-1,1]} |f(x) - g(x)|$. Siano $f, g \in \mathcal{F}([-1,1]; \mathbf{R})$ date da $f(x) = [x]$ (la parte intera) e $g(x) = x^2 - x^3$. Allora:

- 2.A $d(f, g) = 2$ $d(f, g) = 4/27$ **2.B**
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta $d(f, g) = 1$ **2.D**

3. Sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \frac{2nx}{3n^2+4x^2} - \arcsen \frac{x^2}{n+2x^2}$ per $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n converge puntualmente su \mathbf{R} .
 (2) f_n converge uniformemente sui sottoinsiemi limitati di \mathbf{R} .

- 3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **3.B**
 3.C Solo la seconda. Solo la prima. **3.D**

4. Sia $y = y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' e^y + x e^y = x e^{-x^2} \\ y(0) = 0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$.
 (2) y è una funzione pari.

- 4.A Entrambe. Solo la prima. 4.B
 4.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.D

5. Sia $\varphi \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ tale che $\varphi'(x) < 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Sia $f(x, y) = \varphi(x^2 + y^2)$ e sia T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(3, 0)$ e $(0, 3)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ristretta al bordo di T ammette un punto di massimo locale non assoluto.
 (2) f ristretta al bordo di T ammette un unico punto di minimo.

- 5.A Entrambe. Solo la seconda. 5.B
 5.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Siano $E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0 \text{ e } x^2 + y^2 \in [1, 4]\}$ e T il triangolo di vertici $(-2, 0)$, $(2, 0)$, $(0, -3)$. Definita $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{x^2+y^2} + y^2 \arctan(x) & \text{se } y > 0 \\ xy & \text{altrove} \end{cases}$. Allora, $\int \int_{E \cup T} f(x, y) dx dy =$

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1/2 6.B
 6.C 1 2 6.D

7. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita per $x \neq 0$ da $f_\alpha(x, y) = \frac{|x|^{\alpha+1} \text{sen}(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ e per $x = 0$ da $f_\alpha(0, y) = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\alpha \leq -1 \Leftrightarrow f_\alpha$ non è differenziabile in $(0, 0)$.
 (2) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, esiste $\partial_x f_\alpha(0, 0)$.

- 7.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.B
 7.C Solo la seconda. Solo la prima. 7.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 14/15 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B C B A C D D