

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 14/15 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 7 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $f: A \rightarrow \mathbf{R}$ dove $A = [1/2, 3] \times [1, 2]$ e $f(x, y) = \int_1^y \left(\frac{e^{2xt}}{t} + x \right) dt$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette infiniti punti di massimo.
- (2) f ammette infiniti punti di minimo.

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. 1.B
 1.C Solo la prima. Entrambe. 1.D

2. Si consideri il problema $\begin{cases} y'' - y' - 2y = e^{-2x} \\ y(0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Ammette un'unica soluzione definita su \mathbf{R} .
- (2) Ammette una soluzione $y = \varphi(x)$ tale che $\varphi(1) = (1 - e)/(4e^2)$.

2.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2.B
 2.C Entrambe. Solo la seconda. 2.D

3. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = x|x|$ per $x \in]-\pi, \pi]$. Siano $a_0, a_1, \dots, a_k, \dots, b_1, b_2, \dots, b_k, \dots$ i suoi coefficienti di Fourier. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $b_3 - a_2 = \frac{18\pi^2 - 8}{27\pi}$
- (2) La serie di Fourier di f converge uniformemente a f .

3.A Solo la prima. Solo la seconda. 3.B
 3.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.D

4. L'equazione $x e^y - 3y + 1 = 0$ definisce in un intorno di $(0, 1/3)$ implicitamente una funzione $y = \varphi(x)$ tale che, per $x \rightarrow 0$,

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$$\varphi(x) = \frac{1}{3} - \frac{e^{1/3}}{3}x - \frac{e^{2/3}-3e^{1/3}}{18}x^2 + o(x^2). \quad \mathbf{4.B}$$

4.C $\varphi(x) = \frac{1}{2} + \frac{e^{1/3}}{3}x + \frac{e^{2/3}-3e^{1/3}}{18}x^2 + o(x^2).$

$$\varphi(x) = \frac{1}{3} + \frac{e^{1/3}}{3}x + \frac{e^{2/3}}{9}x^2 + o(x^2). \quad \mathbf{4.D}$$

5. Siano (X, d) uno spazio metrico, A un sottoinsieme di X ed $f: X \rightarrow X$ una funzione continua su X . Sia $B = f(A)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\overline{B} = f(\overline{A}).$

(2) $\overset{\circ}{B} = f(\overset{\circ}{A}).$

5.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**

5.C Solo la seconda.

Entrambe. **5.D**

6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{5x^2+2y^2} & \text{se } y \leq x \text{ e } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{x^2y^3}{4x^2+5y^2} & \text{se } y > x \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f \in \mathbf{C}^0(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$

(2) f è differenziabile in $(0, 0)$

6.A Solo la prima.

Solo la seconda. **6.B**

6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **6.D**

7. Sia T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(7, 0)$ e $(7, 7)$. Sia C la circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 2. Allora,

$$\int \int_{T \cap C} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} \right)^3 dx dy =$$

7.A $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) \frac{\pi}{4}$

$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{10}}\right) \frac{\pi}{4}$ **7.B**

7.C $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \frac{\pi}{4}$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 14/15 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B C A D B B A