

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7
Risposta:	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Per ognuna delle 7 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. È dato il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \pi + x \cos e^x \\ x(0) = \alpha \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte, indipendentemente da $\alpha \in \mathbf{R}$.
 (2) Se $\alpha > 0$ le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

1.A Solo la seconda. Entrambe 1.B
 1.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1.D

2. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{2xy}{x^2-1} + \frac{4x}{1-x^2} \\ y(2) = 5 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): $\varphi(3) = 10$. (2): $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 1$.
 2.A Solo la prima. Entrambe. 2.B
 2.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2.D

3. Sia Q il quadrato di vertici $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ e $(0,1)$. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy-x^2}{y^2} & \text{se } 0 \leq x < y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$.
 Allora, $\int \int_Q f(x,y) dx dy =$

3.A 1/6 Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.B
 3.C 2/25 1/12 3.D

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x,y) = ye^{x^3+y}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): f ha un unico punto di sella. (2): f ha un unico punto di massimo.
 4.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.B
 4.C Solo la prima. Solo la seconda. 4.D

5. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile in $(0,0)$.
 (2) f è derivabile in $(0,0)$ e $\partial_x f(0,0) = \partial_y f(0,0) = 1$.

- 5.A** Solo la prima.
5.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**
 Entrambe. **5.D**

6. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: B \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2 - y^2}}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 3\alpha + 2 & \text{altrimenti} \end{cases}$, dove

$B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$. f_α è continua su B se e solo se

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$\alpha = -1/3$ **6.B**

6.C $\alpha = -1/2$

$\alpha = 1/2$ **6.D**

7. Siano (X, d) uno spazio metrico, $f: X \rightarrow X$ una funzione continua su X , x_∞ un punto di X e x_n , per $n \in \mathbf{N}$, una successione di elementi di X convergente a x_∞ rispetto alla metrica d . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) La successione $f(x_n)$ è limitata in (X, d) .

(2) La successione $f(x_n)$ ammette una sottosuccessione convergente in (X, d) .

- 7.A** Solo la prima.
7.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**
 Entrambe. **7.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B A D C C C D