

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7

Risposta:

Per ognuna delle 7 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $\varphi:]0, \pi/2] \rightarrow \mathbf{R}$ soluzione del problema $\begin{cases} \ddot{x} \operatorname{sen} t = \dot{x} \operatorname{cos} t \\ x(\pi/2) = 0 \\ x(\pi/3) = 1 \end{cases}$. (Può essere utile introdurre la variabile $z = \dot{x}$).

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1): $2\varphi(\pi/4) + \varphi(\pi/6) = 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$

(2): $\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x) = 0$

1.A Solo la prima.

Solo la seconda. **1.B**

1.C Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = t \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} t \\ x(0) = 0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Esiste un'unica soluzione definita su un sottoinsieme proprio di \mathbf{R} .

(2) Ammette una soluzione che ha un punto di minimo forte in $t = 0$.

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. **2.B**

2.C Solo la prima.

Entrambe. **2.D**

3. Sia A l'intersezione tra il semipiano $y \geq 0$ e la corona circolare centrata nell'origine di raggio interno 2 e raggio esterno 3. Allora $\int \int_A (5 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} y^2 + (x^2 + y^2)^{3/2} - 2 \arctan(xy^4)) dx dy =$

3.A 54π

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**

3.C $65\pi/4$

$211\pi/5$ **3.D**

4. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = x^2 + \alpha y^2 - 2x + 1$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Esiste un unico $\alpha \in \mathbf{R}$ tale che f_α ha infiniti punti distinti di minimo assoluto.

(2) Esistono infiniti $\alpha \in \mathbf{R}$ tali che f_α ha un unico punto di sella.

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **4.B**

4.C Solo la seconda.

Solo la prima. 4.D

5. Sia (X, d) uno spazio metrico e siano A, B sottoinsiemi di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1): A e B limitati $\Rightarrow A \cup B$ limitato.

(2): A e B compatti $\Rightarrow A \cap B$ compatto.

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. 5.B

5.C Solo la prima.

Entrambe. 5.D

6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3 \cos(x^2 + 2y^4) \arctan y^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti

affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1): f ammette derivate parziali in $(0, 0)$.

(2): f è continua su tutto \mathbf{R}^2 .

6.A Solo la seconda.

Entrambe. 6.B

6.C Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.D

7. Siano $\beta \in \mathbf{R}$ e $f_\beta: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\beta(x, y) = \begin{cases} 2 & \text{se } |y| \geq x^2 \\ 3x - y + \beta & \text{se } |y| < x^2 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1): f_2 è differenziabile in $(0, 0)$.

(2): f_5 è derivabile parzialmente in $(0, 0)$.

7.A Solo la prima.

Entrambe 7.B

7.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: A B D B D B D