

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 3

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7

Risposta:

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 7 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} (\frac{1}{x} - y') e^y = x^3 \\ y(1) = \ln(2/3) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) - I è illimitato. (2) φ ammette un asintoto verticale

1.A Entrambe. Solo la seconda. 1.B

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 1.D

2. Siano $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione Lipschitziana e $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una contrazione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) - $(g \circ f)$ è una contrazione. (2) $(g \circ f) \cdot g$ è Lipschitziana.

2.A Solo la seconda. Solo la prima. 2.B

2.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2.D

3. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, y \leq \sqrt{3}x, x \in [0, 1] \text{ e } y \geq 0\}$. Allora $\int \int_D y^2 dx dy =$

3.A $(27\sqrt{3} - 4\pi)/96$ (2) $(9\sqrt{3} - \pi)/32$ 3.B

3.C $(9\sqrt{3} - 2\pi)/32$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.D

4. Si consideri la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \exp((3x^2 + 2y^2 - 1)^2)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) - Ammette infiniti punti di minimo assoluto. (2) È illimitata.

4.A Solo la prima. Entrambe. 4.B

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. 4.D

5. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \text{sen}(x + y^2) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ dove $x_0, y_0 \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Per ogni x_0 e y_0 in \mathbf{R} , esiste un'unica soluzione.

(2) Per ogni x_0 e y_0 in \mathbf{R} , la soluzione massimale è definita su \mathbf{R} .

- 5.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta
5.C Solo la prima.

- Entrambe. **5.B**
 Solo la seconda. **5.D**

6. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^4}{3x^2 + 2y^2} & \text{se } xy \geq 0 \text{ e } (x, y) \neq (0, 0) \\ 2\alpha - 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{4x}{2x^2 + 5y^4} & \text{se } xy < 0 \end{cases}$. Quale/i

delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\alpha = 1/2 \Rightarrow f_\alpha$ è continua su \mathbf{R}^2 .

$\forall \alpha \in \mathbf{R}$, f_α non è continua su \mathbf{R}^2 . - (2)

6.A Solo la prima.

Solo la seconda. **6.B**

6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **6.D**

7. Sia f la funzione definita da $f(x, y) = \begin{cases} \arctan \frac{x}{y} & y \neq 0 \\ -\pi/2 & y = 0 \end{cases}$ e sia dato il versore $v = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è differenziabile su \mathbf{R} .

(2) f non è derivabile nella direzione v in $(0, 0)$.

7.A Solo la prima.

Solo la seconda. **7.B**

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **7.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 3

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7

Risposta:

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 7 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Si consideri la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \exp(-(2x^2 + 3y^2 - 1)^2)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) – Ammette infiniti punti di massimo assoluto. È limitata. – (2)
1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B** Solo la prima.
1.C Solo la seconda. **1.D** Entrambe.

2. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \sin(t + x^2) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$ dove $t_0, x_0 \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni t_0 e x_0 in \mathbf{R} , esiste un'unica soluzione.
(2) Per ogni t_0 e x_0 in \mathbf{R} , la soluzione massimale è definita su \mathbf{R} .

- 2.A** Solo la prima. Solo la seconda. **2.B**
2.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. Sia f la funzione definita da $f(x, y) = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & x \neq 0 \\ 3\pi/2 & x = 0 \end{cases}$ e sia dato il versore $v = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è derivabile parzialmente rispetto a y su \mathbf{R} .
(2) f è derivabile nella direzione v in $(0, 0)$.

- 3.A** Solo la prima. Solo la seconda. **3.B**
3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D** Entrambe.

4. Siano $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione Lipschitziana e $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una contrazione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) – $(g \circ f)$ è una contrazione. $(g \circ f) \cdot g$ è Lipschitziana. – (2)
4.A Solo la prima. **4.B** Entrambe.

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. 4.D

5. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \left(y' - \frac{1}{x}\right) e^y + x^3 = 0 \\ y(1) = \ln(2/3) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) - φ ammette un asintoto verticale

I è limitato. - (2)

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. 5.B

5.C Solo la seconda.

Solo la prima. 5.D

6. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^4}{3x^2 + 2y^2} & \text{se } xy \geq 0 \text{ e } (x, y) \neq (0, 0) \\ 3\alpha + 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{4y}{2x^4 + 5y^2} & xy < 0 \end{cases}$. Quale/i

delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) - $\alpha = -1/3 \Rightarrow f_\alpha$ è continua su \mathbf{R}^2 .

$\forall \alpha \in \mathbf{R}$, f_α non è continua su \mathbf{R}^2 . - (2)

6.A Solo la seconda.

Solo la prima. 6.B

6.C Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.D

7. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, x \leq \sqrt{3}y, y \in [0, 1] \text{ e } x \geq 0\}$. Allora $\int \int_D x^2 dx dy =$

7.A $(27\sqrt{3} - 4\pi)/96$

$(9\sqrt{3} - \pi)/32$ 7.B

7.C $(9\sqrt{3} - 2\pi)/32$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Compito A: | B | D | A | B | B | B | B | | | |
| Compito B: | D | C | A | C | B | A | A | | | |