

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7

Risposta:

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 7 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Si consideri la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \exp((2x^2 + 3y^2 - 1)^2)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) – Ammette infiniti punti di minimo assoluto. È limitata. – (2)

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B** Entrambe.

1.C Solo la prima. **1.D** Solo la seconda.

2. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, x \leq \sqrt{3}y, y \in [0, 1] \text{ e } x \geq 0\}$. Allora $\int \int_D x^2 dx dy =$

2.A $(9\sqrt{3} - \pi)/32$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**

2.C $(9\sqrt{3} - 2\pi)/32$ **2.D** $(27\sqrt{3} - 4\pi)/96$

3. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} (\frac{1}{x} - y') e^y = x^3 \\ y(1) = \ln(2/3) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) – I è illimitato. φ ammette un asintoto verticale – (2)

3.A Entrambe. **3.B** Solo la seconda.

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D** Solo la prima.

4. Siano (X, d) uno spazio metrico, $f: X \rightarrow X$ una contrazione e $g: X \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione Lipschitziana. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) – $(g \circ f)$ è Lipschitziana. $(g \circ f) \cdot g$ è una contrazione. – (2)

4.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**

4.C Entrambe. **4.D** Solo la prima.

5. Sia f la funzione definita da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f ammette derivata direzionale $D_v f$ in $(0, 0)$ lungo qualunque versore v .

(2) f è continua in $(0, 0)$.

- 5.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta
5.C Entrambe.

- Solo la seconda. **5.B**
 Solo la prima. **5.D**

6. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \ddot{x} = f(x) \\ x(0) = x_o \\ \dot{x}(0) = v_o \end{cases}$ dove $f \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, $x_o \in \mathbf{R}$ e $v_o \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) - Se $f(x_o) = 0$, allora la funzione costante è soluzione. Per ogni x_o e v_o , esiste un'unica soluzione. - (2)
- 6.A** Solo la prima. Entrambe. **6.B**
6.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^4}{3x^2 + 2y^2} & \text{se } xy \geq 0 \text{ e } (x, y) \neq (0, 0) \\ 3\alpha + 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{4y}{2x^4 + 5y^2} & \text{se } xy < 0 \end{cases}$. Quale/i

- delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?
- (1) - $\alpha = -1/3 \Rightarrow f_\alpha$ è continua su \mathbf{R}^2 . $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, f_α non è continua su \mathbf{R}^2 . - (2)
- 7.A** Solo la prima. Solo la seconda. **7.B**
7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **7.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: C D B D C C B