

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 7 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Si consideri l'uguaglianza  $\ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 1 + xy$  in un intorno di  $(1, -\ln \sqrt{e-1})$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $y = \varphi(x)$ , per  $(x, y)$  in un intorno di  $(1, -\ln \sqrt{e-1})$ , allora  $\varphi'(1) = \ln \sqrt{e-1}$ .  
 (2) Il Teorema della Funzione Implicita può essere applicato.

1.A Solo la seconda. Solo la prima. 1.B  
 1.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1.D

2. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $f: X \rightarrow X$  una funzione continua su  $X$ ,  $x_\infty$  un punto di  $X$  e  $x_n$ , per  $n \in \mathbf{N}$ , una successione di elementi di  $X$  convergente a  $x_\infty$  rispetto alla metrica  $d$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La successione  $f(x_n)$  è limitata in  $(X, d)$ .  
 (2) La successione  $f(x_n)$  ammette una sottosuccessione convergente in  $(X, d)$ .

2.A Solo la seconda. Solo la prima. 2.B  
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. 2.D

3. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione  $2\pi$ -periodica definita da  $f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x \in ]-\pi, 0[ \\ 0 & \text{se } x \in [0, \pi] \end{cases}$ . Siano  $a_k$  e  $b_k$  i coefficienti di Fourier di  $f$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1):  $a_{10} + b_3 = -1/3$  (2):  $a_0 + a_6 = 1/4$   
 3.A Solo la seconda. Entrambe. 3.B  
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 3.D

4. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è derivabile in  $(0, 0)$  e  $\partial_x f(0, 0) = \partial_y f(0, 0) = 1$ .  
 (2)  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ .

- 4.A Solo la seconda. Entrambe. 4.B  
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 4.D

5. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = \frac{2xy}{x^2-1} + \frac{4x}{1-x^2} \\ y(2) = 5 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1):  $\varphi(3) = 8$ . (2):  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$ .

- 5.A Solo la prima. Entrambe. 5.B  
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. 5.D

6. È dato il Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{\pi} + x \cos e^x \\ x(0) = \alpha \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte, indipendentemente da  $\alpha \in \mathbf{R}$ .

(2) Se  $\alpha > 0$  le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe 6.B  
 6.C Solo la seconda. Solo la prima. 6.D

7. Al variare del parametro  $\alpha \in \mathbf{R}$ , sia  $f_\alpha: B \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{1-x^2-y^2}}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 3\alpha - 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$ , dove

$B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$ .  $f_\alpha$  è continua su  $B$  se e solo se

- 7.A  $\alpha = 1/2$   $\alpha = -1/2$  7.B  
 7.C  $\alpha = -1/3$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.D

8. Sia  $Q$  il quadrato di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$  e  $(0, 1)$ . Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy-x^2}{y^2} & \text{se } 0 \leq x < y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ .

Allora,  $\int_Q f(x, y) dx dy =$

- 8.A  $1/6$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.B  
 8.C  $2/25$   $1/12$  8.D

9. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = xe^{x+y^3}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1):  $f$  ha un unico punto di sella. (2):  $f$  ha un unico punto di minimo.

- 9.A Solo la prima. Entrambe. 9.B  
 9.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 9.D

10. Si consideri la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = \int_{\pi}^{x+y} (\sqrt{2} + \cos e^t) dt$ . Sia  $C$  la circonferenza di centro  $(0, 0)$  e raggio 3 e sia  $Q$  il quadrilatero di vertici  $(2, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(-2, 0)$  e  $(0, -2)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f$  ristretta a  $C$  ammette un unico punto di minimo.

(2)  $f$  ristretta a  $Q$  ammette infiniti punti di massimo assoluto.

- 10.A Entrambe. Solo la seconda. 10.B  
 10.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 10.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	D	D	D	D	B	A	D	A	A