

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 7 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Si consideri l'uguaglianza $\ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 1 + xy$ in un intorno di $(1, -\ln \sqrt{e-1})$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se $y = \varphi(x)$, per (x, y) in un intorno di $(1, -\ln \sqrt{e-1})$, allora $\varphi'(1) = \ln \sqrt{e-1}$.
 (2) Il Teorema della Funzione Implicita può essere applicato.

- 1.A Solo la seconda. Solo la prima. 1.B
 1.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1.D

2. Siano (X, d) uno spazio metrico, $f: X \rightarrow X$ una funzione continua su X , x_∞ un punto di X e x_n , per $n \in \mathbf{N}$, una successione di elementi di X convergente a x_∞ rispetto alla metrica d . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La successione $f(x_n)$ è limitata in (X, d) .
 (2) La successione $f(x_n)$ ammette una sottosuccessione convergente in (X, d) .

- 2.A Solo la seconda. Solo la prima. 2.B
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. 2.D

3. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x \in]-\pi, 0[\\ 0 & \text{se } x \in [0, \pi] \end{cases}$. Siano a_k e b_k i coefficienti di Fourier di f . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): $a_{10} + b_3 = -1/3$ (2): $a_0 + a_6 = 1/4$
 3.A Solo la seconda. Entrambe. 3.B
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 3.D

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è derivabile in $(0, 0)$ e $\partial_x f(0, 0) = \partial_y f(0, 0) = 1$.
 (2) f è differenziabile in $(0, 0)$.

- 4.A Solo la seconda. Entrambe. 4.B
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 4.D

5. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{2xy}{x^2-1} + \frac{4x}{1-x^2} \\ y(2) = 5 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): $\varphi(3) = 8$. (2): $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$.
 5.A Solo la prima. Entrambe. 5.B
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. 5.D

6. È dato il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{\pi} + x \cos e^x \\ x(0) = \alpha \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte, indipendentemente da $\alpha \in \mathbf{R}$.
 (2) Se $\alpha > 0$ le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe 6.B
 6.C Solo la seconda. Solo la prima. 6.D

7. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: B \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{1-x^2-y^2}}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 3\alpha - 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$, dove

$B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$. f_α è continua su B se e solo se

- 7.A $\alpha = 1/2$ $\alpha = -1/2$ 7.B
 7.C $\alpha = -1/3$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.D

8. Sia Q il quadrato di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ e $(0, 1)$. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy-x^2}{y^2} & \text{se } 0 \leq x < y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$.

Allora, $\int \int_Q f(x, y) dx dy =$

- 8.A $1/6$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.B
 8.C $2/25$ $1/12$ 8.D

9. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = xe^{x+y^3}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): f ha un unico punto di sella. (2): f ha un unico punto di minimo.
 9.A Solo la prima. Entrambe. 9.B
 9.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 9.D

10. Si consideri la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \int_{\pi}^{x+y} (\sqrt{2} + \cos e^t) dt$. Sia C la circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 3 e sia Q il quadrilatero di vertici $(2, 0)$, $(0, 2)$, $(-2, 0)$ e $(0, -2)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ristretta a C ammette un unico punto di minimo.
 (2) f ristretta a Q ammette infiniti punti di massimo assoluto.

- 10.A Entrambe. Solo la seconda. 10.B
 10.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 10.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	D	D	D	D	B	A	D	A	A