

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 25px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 7 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$ , valutare se l'equazione  $\alpha \sin y + y \cos x = 0$  definisce implicitamente una funzione  $y = \varphi_\alpha(x)$  in un intorno del punto  $(0, 0)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $\alpha \neq -1$ , le ipotesi del Teorema della funzione implicita sono soddisfatte in un intorno di  $(0, 0)$ .  
 (2) Per infiniti  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $\varphi_\alpha$  esiste, unica e  $\varphi_\alpha^{(8)}(0) > 0$ .

- 1.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1.B  
 1.C Solo la seconda. Solo la prima. 1.D

2. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3 \cos(x^2 + 2y^4) \arctan y^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1):  $f$  ammette derivate parziali in  $(0, 0)$ . (2):  $f$  è continua su tutto  $\mathbf{R}^2$ .  
 2.A Entrambe. Solo la seconda. 2.B  
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 2.D

3. Si consideri il Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = t \sin x + \sin t \\ x(0) = 0 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Esiste un'unica soluzione definita su tutto  $\mathbf{R}$ .  
 (2) Ammette una soluzione che ha un punto di minimo forte in  $t = 0$ .

- 3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. 3.B  
 3.C Solo la seconda. Solo la prima. 3.D

4. Sia  $\alpha \in \mathbf{R}$ . La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \arctan(nx) + 3 \ln(1 + n^{-2}) + \exp(-nx^2)}{(2 + 3n)^{1+\alpha}}$  converge totalmente su  $\mathbf{R}$  se e solo se

- 4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $\alpha > -1$ . 4.B  
 4.C  $\alpha > -2$ .  $\alpha > 0$ . 4.D

5. Al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$ , sia  $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_\alpha(x, y) = x^2 + \alpha y^2 - 2x + 1$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Esiste un unico  $\alpha \in \mathbf{R}$  tale che  $f_\alpha$  ha infiniti punti distinti di minimo assoluto.  
 (2) Esistono infiniti  $\alpha \in \mathbf{R}$  tali che  $f_\alpha$  ha un unico punto di sella.

- 5.A Entrambe. Solo la prima. 5.B  
 5.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Siano  $\gamma \in \mathbf{R}$  e  $f_\gamma: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_\gamma(x, y) = \begin{cases} 2 & \text{se } |x| \geq y^2 \\ 3y - x + \gamma & \text{se } |x| < y^2 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1):  $f_2$  è differenziabile in  $(0, 0)$ . (2):  $f_5$  è derivabile parzialmente in  $(0, 0)$ .

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 6.B  
 6.C Solo la seconda. Entrambe 6.D

7. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico e siano  $A, B$  sottoinsiemi di  $X$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1):  $A$  e  $B$  compatti  $\Rightarrow A \cap B$  compatto. (2):  $A$  e  $B$  limitati  $\Rightarrow A \cup B$  limitato.

- 7.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.B  
 7.C Solo la seconda. Entrambe. 7.D

8. Sia  $\varphi: ]0, \pi/2[ \rightarrow \mathbf{R}$  soluzione del problema  $\begin{cases} y'' \sin x = y' \cos x \\ y(\pi/2) = 0 \\ y(\pi/3) = 1 \end{cases}$ . (Può essere utile introdurre la variabile  $z = y'$ ). Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1):  $2\varphi(\pi/4) + \varphi(\pi/6) = 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$  (2):  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x) = 2$

- 8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. 8.B  
 8.C Solo la seconda. Solo la prima. 8.D

9. Al variare di  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \cos x + n^2 \arctan(x/n^2)$ . Sia  $f$  il limite puntuale di  $f_n$ , ove definito. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1):  $f \in C^\infty(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ . (2):  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  non esiste.

- 9.A Solo la seconda. Entrambe. 9.B  
 9.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 9.D

10. Sia  $A$  l'intersezione tra il semipiano  $y \geq 0$  e la corona circolare centrata nell'origine di raggio interno 2 e raggio esterno 3. Allora  $\int \int_A (3 \sin x \cos y^2 + (x^2 + y^2)^{3/2} + \sqrt{\pi} \arctan(xy^4)) dx dy =$

- 10.A  $211\pi/5$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta 10.B  
 10.C  $54\pi$   $65\pi/4$  10.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	A	B	D	A	A	D	B	B	A