

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 7 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano (X, d) uno spazio metrico, $f: X \rightarrow X$ una funzione Lipschitziana e $g: X \rightarrow \mathbf{R}$ una contrazione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $(g \circ f) \cdot g$ è una contrazione. (2) $(g \circ f)$ è Lipschitziana.
- 1.A Entrambe. Solo la seconda. 1.B
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 1.D

2. Sia $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$ una funzione soddisfacente le ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in $(1, 0, 1)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La funzione $(x, y, z) \rightarrow f(z, y, x)$ soddisfa le ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in $(1, 0, 1)$
 (2) La funzione $(x, y, z) \rightarrow f(e^x, y^2, z)$ soddisfa le ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in $(1, 0, 1)$
- 2.A Entrambe Solo la seconda. 2.B
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 2.D

3. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, y \leq \sqrt{3}x, x \in [0, 1] \text{ e } y \geq 0\}$. Allora $\int \int_D y^2 dx dy =$

3.A $(27\sqrt{3} - 4\pi)/96$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.B
 3.C $(9\sqrt{3} - \pi)/32$ $(9\sqrt{3} - 2\pi)/32$ 3.D

4. Si consideri la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \exp((2x^2 + 3y^2 - 1)^2)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Ammette infiniti punti di minimo assoluto. È limitata. (2)
- 4.A Solo la seconda. Solo la prima. 4.B
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. 4.D

5. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \ddot{x} = f(x) \\ x(0) = x_o \\ \dot{x}(0) = v_o \end{cases}$ dove $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, $x_o \in \mathbf{R}$ e $v_o \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) – Per ogni x_0 e v_0 , esiste un'unica soluzione. Se $f(x_0) = 0$, allora la funzione costante è soluzione. – (2)
- 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **5.B**
 5.C Solo la prima. Entrambe. **5.D**

6. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \left(\frac{1}{x} - y'\right) e^y = x^3 \\ y(1) = \ln(2/3) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) – φ ammette un asintoto verticale I è limitato. – (2)
- 6.A Entrambe. Solo la prima. **6.B**
 6.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\exp(2nx)}{n^2 n!}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Questa serie converge uniformemente su $]-\infty, 1/e]$
 (2) Questa serie converge puntualmente su tutto \mathbf{R} .

- 7.A Solo la prima. Entrambe. **7.B**
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **7.D**

8. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^4}{3x^2 + 2y^2} & \text{se } xy \geq 0 \text{ e } (x, y) \neq (0, 0) \\ 3\alpha + 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{4y}{2x^4 + 5y^2} & \text{se } xy < 0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) – $\alpha = -1/3 \Rightarrow f_\alpha$ è continua su \mathbf{R}^2 . $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, f_α non è continua su \mathbf{R}^2 . – (2)
- 8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **8.B**
 8.C Solo la prima. Solo la seconda. **8.D**

9. Sia f la funzione definita da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette derivata direzionale $D_v f$ in $(0, 0)$ lungo qualunque versore v .
 (2) f è continua in $(0, 0)$.

- 9.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **9.B**
 9.C Solo la prima. Solo la seconda. **9.D**

10. Al variare di $n \in \mathbf{N}$, sia $f_n:]-\pi/6, \pi/6[\rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \frac{(\operatorname{tg} 3x)^n}{(\cos x)^5}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La successione f_n ammette limite uniforme su $]-\pi/12, \pi/12]$.
 (2) La successione f_n ammette limite puntuale su $]-\pi/12, \pi/12]$.

- 10.A Solo la seconda. Solo la prima. **10.B**
 10.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **10.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	D	A	B	C	A	B	D	A	A