

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Il compito è sufficiente con 7 risposte esatte.

1. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \exp(-|4 \arctan(xy^2)|)$.
- 1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta f ammette almeno un punto di minimo assoluto. **1.B**
 1.C $\inf_{\mathbf{R}^2} f = 0$ f ha infiniti punti di massimo. **1.D**
2. Sia (X, d) uno spazio metrico e siano A, B sottoinsiemi di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $A \subseteq B \Leftrightarrow \partial A \subseteq \partial B$.
 (2) $A \subseteq B \Rightarrow \overline{A} \subseteq \overline{B}$.

- 2.A Entrambe. Solo la seconda. **2.B**
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **2.D**

3. Le funzioni f e g sono di classe $\mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$, soddisfano alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in $(3, 4)$ e definiscono implicitamente le funzioni $y = \varphi(x)$ e $y = \psi(x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se $\varphi = \psi$ ovunque sono entrambe definite, allora $f = g$ su \mathbf{R}^2 .
 (2) Anche la funzione $f + g$ soddisfa alle ipotesi del Teorema della funzione implicita in $(3, 4)$

- 3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **3.B**
 3.C Entrambe. Solo la prima. **3.D**

4. La serie di potenze $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\ln(n^4)}$ ha raggio di convergenza ρ :
- 4.A $\rho = 1/e^4$ $\rho = e$ **4.B**
 4.C $\rho = +\infty$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.D**

5. La funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è tale che il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 3 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale. Si consideri ora il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \operatorname{sen} t \\ x(0) = 3 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte.
 (2) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

5.A Solo la seconda.

Solo la prima. **5.B**

5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **5.D**

6. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n(x) = 2x - \frac{x^n}{n}$. Siano f e g i limiti puntuali di f_n e, rispettivamente, f'_n ove definiti. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $f'_n \xrightarrow{u} g$ su $[0, 1]$ ma f_n non converge uniformemente a f su $[0, 1]$
 (2) $f, g \in \mathbf{C}^0([0, 1]; \mathbf{R})$

6.A Solo la prima.

Entrambe. **6.B**

6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. **6.D**

7. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = x^2 + y^2 + e^{-1/(x^2+y^2)}$ per $(x, y) \neq (0, 0)$ e da $f(0, 0) = 0$. Sia C la circonferenza di centro $(4, 3)$ e raggio 5. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ristretta a C ammette due punti di minimo distinti.
 (2) f ristretta a C ammette un unico punto di massimo.

7.A Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**

7.C Solo la prima.

Solo la seconda. **7.D**

8. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = |x| - \pi$ per $x \in]-\pi, \pi]$. Siano a_0, a_k, b_k per $k \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ i coefficienti di Fourier di f .

8.A $a_0 + a_3 + b_6 = -4 - 9\pi^2$

$a_0 + b_1 + b_2 = 1/2$ **8.B**

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$a_0 + b_3 = \pi$ **8.D**

9. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |y| \leq x^2 \text{ e } x \in [-\sqrt[7]{(\pi/2)}, \sqrt[7]{\pi}]\}$. Allora

$$\int \int_A (\cos x \operatorname{sen} y + y^2 (\operatorname{sen} x^7) + x^2 \arctan y) dx dy =$$

9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$\pi/10$ **9.B**

9.C $1/12$

$2/21$ **9.D**

10. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del Problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (\arctan x) e^{-x} - y \\ y(0) = 0 \end{cases}$.

10.A $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = -\infty$ **10.B**

10.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

φ ha un asintoto verticale **10.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	B	A	D	D	C	D	C	D	B