

**Analisi Matematica 2**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 12/13 - Scritto n. 5**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Si consideri per  $t \in \mathbf{R}$  e  $x \in \mathbf{R}$  il Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{|x-3||x+1|} \\ x(2) = x_0 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $x_0 = -3$ , le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.
- (2) Se  $x_0 = -1$ , le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte.

1.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**  
 1.C Solo la prima. Entrambe. **1.D**

2. Sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx^2}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f_n$  converge uniformemente su  $[-1, +\infty[$ .
- (2)  $f_n$  converge puntualmente su  $\mathbf{R}$ .

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **2.B**  
 2.C Solo la prima. Solo la seconda. **2.D**

3. Siano  $\varphi \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$  ed  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  data da  $f(x, y) = (\varphi(x-y), \varphi(x+y))$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $\varphi'(3) = -1$ , allora  $f$  è localmente invertibile in un intorno di  $(3, 0)$
- (2) Se  $\varphi'(0) = 0$ , allora  $f$  non è localmente invertibile in un intorno di  $(1, 1)$ .

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **3.B**  
 3.C Solo la seconda. Entrambe. **3.D**

4. Sia  $T$  il quadrilatero di vertici  $A(2, 0)$ ,  $B(-2, 0)$ ,  $C(-1, -1)$  e  $D(1, -1)$ . Allora,  $\iint_T \left(3 + 2x^3 + \frac{x}{3+y}\right) dx dy =$   
**4.A** 9 1/3 **4.B**  
**4.C** Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6 **4.D**

5. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = -x + e^{-t} \arctan t \\ x(0) = -1 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I$  è illimitato e  $\varphi$  ha un asintoto obliquo (non orizzontale) per  $t \rightarrow -\infty$ .  
 (2)  $I$  è illimitato e  $\varphi$  ha un asintoto orizzontale per  $t \rightarrow +\infty$ .

- 5.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **5.B**  
**5.C** Entrambe. Solo la seconda. **5.D**

6. La funzione  $f: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \int_3^x \ln(1 + ty^2) dt$

- 6.A** Ammette infiniti punti di sella.  
**6.B** Nessuna delle altre affermazioni è esatta  
**6.C** Ammette un numero finito di punti di minimo locale.  
**6.D** Ammette infiniti punti di massimo locale.

7. Sia  $A$  l'insieme di convergenza puntuale della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n} \frac{(3-x^2)^n}{2^n}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $A$  è connesso.  
 (2)  $A$  è illimitato.

- 7.A** Entrambe. Solo la seconda. **7.B**  
**7.C** Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico ed  $A$  un sottoinsieme di  $X$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $\bar{A} \subseteq \overset{\circ}{A} \Rightarrow A$  è vuoto  
 (2)  $A$  compatto  $\Rightarrow A \supseteq \bar{A}$

- 8.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **8.B**  
**8.C** Entrambe. Solo la seconda. **8.D**

Analisi Matematica 2  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 12/13 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: C D B A D D D D