

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 12/13 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Siano $f_1, f_2: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ tali che entrambi i problemi di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f_1(x) \\ x(2) = 3 \end{cases}$ e $\begin{cases} \dot{x} = f_2(x) \\ x(2) = 3 \end{cases}$ soddisfano alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\begin{cases} \dot{x} = f_1(x) + f_2(x) \\ x(2) = 3 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale.
- (2) $\begin{cases} \dot{x} = f_1(x) f_2(x) \\ x(2) = 3 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale.

1.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**
 1.C Solo la prima. Solo la seconda. **1.D**

2. Dato $\alpha \in \mathbf{R}$, si consideri la soluzione massimale $x = \varphi(t)$ del Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = 5 \sin x \\ x(1) = \alpha \end{cases}$. Quale delle seguenti affermazioni è VERA?

- 2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta
- 2.B $\alpha \in [0, +\infty[\Rightarrow \varphi$ è limitata e debolmente monotona.
- 2.C $\alpha \in]0, 1[\Rightarrow \varphi$ è limitata e $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = 0$
- 2.D φ è stazionaria $\Rightarrow \alpha < 0$.

3. Data la successione $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f_n(x) = \frac{2nx - x^n}{n}$, siano f il limite puntuale di f_n e g il limite puntuale di f'_n , ove definiti. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n converge anche uniformemente a f , ovunque f è definita.
- (2) f'_n converge anche uniformemente a g , ovunque g è definita.

3.A Entrambe. Solo la prima. **3.B**
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **3.D**

4. Sia $f \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ tale che $\nabla f(x, y) \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} = 0$ per ogni $(x, y) \in \mathbf{R}^2$.

4.A f ammette infiniti punti di massimo locale.

4.B f ammette almeno un punto di sella.

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

4.D f non ammette punti di minimo assoluto.

5. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = \begin{cases} -\pi x & x \in [-\pi, 0] \\ x^2 & x \in]0, \pi[\end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) la serie di Fourier di f converge uniformemente a f su \mathbf{R} .

(2) la serie di Fourier di f converge a 0 in $x = 31\pi$.

5.A Solo la prima.

Solo la seconda. **5.B**

5.C Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.D**

6. Al variare di $\beta \in \mathbf{R}$, sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \begin{cases} 2x^2 + y + 3 & \text{se } |y| \geq x^2, \\ 3x - y + \beta^2 - 1 & \text{altrimenti.} \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è derivabile rispetto a x in $(0, 0) \Rightarrow \beta > 0$.

(2) $\beta = 2 \Rightarrow f$ è derivabile in $(0, 0)$.

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. **6.B**

6.C Entrambe.

Solo la prima. **6.D**

7. L'equazione $2x + \ln(1 + \sin y) = 0$ definisce un'unica funzione $y = y(x)$ in un intorno di $(0, 0)$ ed inoltre

7.A $y(x) = -2x - 4x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$

$y(x) = -2x + 2x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$ **7.B**

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$y(x) = -2x + x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$ **7.D**

8. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = 3 - \sqrt{8 + x^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è una contrazione

(2) f è Lipschitz

8.A Solo la seconda.

Solo la prima. **8.B**

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 12/13 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: C B B C A B B A