# Analisi Matematica 2
# Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 12/13 - Scritto n. 3

Matricola: | | | | | |

Cognome:........................................ Nome:........................................

| Domanda: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Risposta: | | | | | | | | |

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

**1.** *Sia* $\varphi \colon I \to \mathbf{R}$ *la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} y' = 1/\left(x\sqrt[3]{\ln^2 x}\right) \\ y(e) = 3 \end{cases}$. *Allora*

**1.A** $\varphi$ ha un asintoto orizzontale a $+\infty$

**1.B** $\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\varphi(x)} = 0$

**1.C** $\varphi$ è strettamente negativa

**1.D** Nessuna delle altre affermazioni è esatta

**2.** *L'uguaglianza* $\cos(y-x) - \operatorname{sen}(y+x) = 1$ *definisce in un intorno di* $(0,0)$ *una funzione il cui sviluppo di Taylor è:*

**2.A** $y = -x - 2x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$

**2.B** $y = -x - x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$

**2.C** $y = -x + (3/2)x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$

**2.D** Nessuna delle altre affermazioni è esatta

**3.** *Sia* $A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \colon y \geq 0,\ x^2+y^2 \geq 1,\ 4x^2+y^2 \leq 4\right\}$. *Allora,* $\int\int_A \left(y + 7\operatorname{sen}^3 x \cos^2 y\right)\, dx\, dy$ *vale*

**3.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta

**3.B** 4

**3.C** 6

**3.D** 2

**4.** *Data* $\varphi \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R};\mathbf{R})$, *sia* $f \colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *definita da* $f(x,y) = \varphi(x^2+y^2)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Se* $\varphi' > 0$, *allora* $f$ *ammette infiniti punti di massimo locale in* $\mathbf{R}^2$

(2) *Se* $\varphi' < 0$, *allora* $f$ *ammette un unico punto di massimo su* $\mathbf{R}^2$.

**4.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta

**4.B** Solo la seconda.

**4.C** Entrambe.

**4.D** Solo la prima.

**5.** *Sia* $f_n \colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \frac{1 + x + 4nx^2}{1 + 4nx^2}$. *Siano* $P$ *ed* $U$ *i sottoinsiemi di* $\mathbf{R}$ *su cui le* $f_n$ *convergono, rispettivamente, puntualmente e uniformemente.*

**5.A** $P = U = \mathbf{R}$

**5.B** $P = \mathbf{R}$, $U$ è limitato

**5.C** $P = U$ è limitato

**5.D** Nessuna delle altre affermazioni è esatta

**6.** *Data* $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, *si consideri il Problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(1) = 3 \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Se non ci sono soluzioni, allora* $f$ *è continua in* $3$.

(2) *Se ci sono* $2$ *soluzioni, allora* $f$ *non è Lipschitz su* $\mathbf{R}$.

**6.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la seconda. **6.B**

**6.C** Solo la prima. — Entrambe. **6.D**

**7.** *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} ye^x - y^2 & y \geq e^x \\ \frac{x^3}{x^2+y^2} & y < e^x \text{ e } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

**7.A** $f$ non è continua su tutto $\mathbf{R}^2$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**

**7.C** $f$ ammette in $(0,0)$ derivate parziali coincidenti — $f$ è differenziabile su $\mathbf{R}^2$ **7.D**

**8.** *Siano* $a_n, b_n$ *due successioni in* $\mathbf{R}$ *munito della usualedistanza euclidea. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Se* $a_n$ *e* $b_n$ *sono entrambedi Cauchy e* $b_n \neq 0$ *per ogni* $n \Rightarrow a_n/b_n$ *è diCauchy*

(2) *Se* $a_n$ *e* $b_n$ *sono entrambe di Cauchy*$\Rightarrow a_n + b_n$ *è di Cauchy*

**8.A** entrambe — solo la 2 **8.B**

**8.C** solo la 1 — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

**Analisi Matematica 2**
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 12/13 - Scritto n. 3**

Risposte esatte:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Compito A: | D | A | D | B | A | B | A | B | | |