

**Analisi Matematica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 3**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Siano  $f \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  e  $u \equiv \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ ,  $v \equiv \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ . Le derivate direzionali di  $f$  in  $(3, 4)$  nelle direzioni  $u$  e  $v$  valgono  $D_u f(3, 4) = 3$  e  $D_v f(3, 4) = 2$ . Allora  $\frac{\partial f}{\partial x}(3, 4) =$

- 1.A 0 5/√2 1.B  
 1.C 5 Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1.D

2. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x > 0 \text{ e } y \in ]3x, 7x[ \setminus \{1\}\}$  e  $f: A \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \frac{\ln(x^3)}{\ln(y^7)}$ . Allora

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) =$$

- 2.A Non esiste 1 2.B  
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3/7 2.D

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x^4)}{\sqrt{1+x^8} - \sqrt[3]{1+x^8}} =$

- 3.A 12 Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.B  
 3.C 0 6 3.D

4. Sia  $\varphi \in C^0(\mathbf{R}; \mathbf{R})$  strettamente decrescente e sia  $f \in C^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  tale che  $\nabla f(2, 0) = [0 \ 0]$  e  $D^2 f(2, 0) = \begin{bmatrix} 8 & a \\ a & 2 \end{bmatrix}$ . Sia  $F(x, y) = \varphi(f(x, y))$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $(2, 0)$  è un punto di minimo locale per  $F \Rightarrow a > 0$   
 (2)  $|a| < 4 \Rightarrow (2, 0)$  è punto di massimo locale per  $F$

- 4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima 4.B  
 4.C Solo la seconda Entrambe 4.D

5.  $\int_{-1}^1 (2 + 3x)\sqrt{1 - x^2} dx =$

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5.C  $\pi$

$\pi/2$  5.B

$2\pi$  5.D

6. Il Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = x/(1 + t^2) \\ x(0) = \pi/2 \end{cases}$

6.A ammette una soluzione illimitata

6.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

6.C soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale

6.D ha una soluzione che presenta un asintoto verticale

7. Sia  $f \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}^2)$  tale che  $f(1, 2) = (0, 0)$ . In un intorno di  $(1, 2)$ , Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $\forall \alpha \in \mathbf{R}, x \rightarrow x + \alpha f(x)$  soddisfa alle ipotesi del teorema della funzione inversa

(2)  $\exists \alpha \in \mathbf{R}, x \rightarrow x + \alpha f(x)$  soddisfa alle ipotesi del teorema della funzione inversa

7.A Solo la 1

Entrambe 7.B

7.C Solo la 2

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.D

8. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico e sia  $f: X \mapsto \mathbf{R}$  una funzione tale che per ogni  $x_1, x_2 \in X$  valga  $|f(x_2) - f(x_1)| \leq d(x_1, x_2)^{1/2}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) possono esserci punti in cui  $f$  è discontinua

(2) possono esserci punti in cui  $f$  è continua

8.A entrambe

solo la (2) 8.B

8.C solo la (1)

nessuna 8.D

Analisi Matematica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B D A C C C C B