

Analisi Matematica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia $f \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ tale che $\nabla f(3,1) = [0 \ 0]$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(3,1) = a$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(3,1) \neq 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $a = 0 \Rightarrow (3,1)$ è un punto di sella per f
 (2) $a > 0 \Rightarrow (3,1)$ è un punto di minimo locale per f

1.A Entrambe Solo la seconda **1.B**
 1.C Solo la prima Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. Sia $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R} \times \mathbf{R}; \mathbf{R})$ tale che per ogni $t \in \mathbf{R}$ ed ogni $x \in \mathbf{R}$ valga $f(t,x) \geq 2 + 1/(1+t^2)$ e $f(t,x) \leq 5$. Sia $\varphi: I \mapsto \mathbf{R}$ la soluzione massimale del Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(t,x) \\ x(1) = 2 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ è limitata
 (2) $I = \mathbf{R}$

2.A Entrambe Solo la prima **2.B**
 2.C Solo la seconda Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. Sia $f \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ tale che $f(x,y) = 5 + 4x - y - 2x^2 + 9y^2 + o(\sqrt{x^2 + y^2})$ per $(x,y) \rightarrow (0,0)$. Siano F, G date da $F(x,y) = (y, f(x,y))$ e $G(x,y) = (f(x,y), f(x,y))$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) G soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in $(0,0)$
 (2) F soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in $(0,0)$

3.A solo la prima nessuna **3.B**

3.C entrambe

solo la seconda 3.D

4. Siano (X, d) uno spazio metrico, $A \subseteq X$ non vuoto, x_n una successione in X e x_* il limite di x_n per $n \rightarrow +\infty$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $x_* \in A \Rightarrow x_n \in A$ per tutti gli n abbastanza grandi

(2) $x_n \in A$ per tutti gli n abbastanza grandi $\Rightarrow x_* \in A$

4.A nessuna

solo la (2) 4.B

4.C entrambe

solo la (1) 4.D

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \sin(x^2)}{x^2 \ln(\cos(2x))} =$

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

0 5.B

5.C 1/3

1/6 5.D

6. $\int_{-1}^1 (x^2 + 2x + 2) \arctan x \, dx =$

6.A π

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.B

6.C $\pi - 2$

$4 - \pi$ 6.D

7. Sia $f \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R})$ tale che $\nabla f(1, 2, 3) = [-1 \ 1 \ 1]$. Allora è necessariamente vero che:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h, 2-h, 3+2h) - f(1, 2, 3)}{h} =$$

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

0 7.B

7.C 3

4 7.D

8. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} (|x| + |y|)^\alpha & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono vera/e?

1. $\alpha > 8 \Rightarrow f$ differenziabile in $(0, 0)$

2. f continua in $(0, 0) \Rightarrow \alpha > 0$

8.A Solo la 1

Nessuna 8.B

8.C Solo la 2

Entrambe 8.D

Analisi Matematica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: C C D A D C B D