

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8

Risposta:

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Al variare di $n \in \mathbf{N}$, sia $f_n(x) = \left(\sum_{h=0}^{+\infty} \frac{x^h}{3^h h!} \right)^n \ln(1 + nx^2)$. Allora, è necessariamente vero che:

- 1.A f_n converge uniformemente su \mathbf{R}
- 1.B f_n converge puntualmente su tutto e solo $[0, +\infty[$
- 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta
- 1.D il limite puntuale di f_n , dove esiste, è una funzione discontinua

2. Sia A il poligono di vertici $(0, 1)$, $(0, -2)$, $(2, 2)$ e $(2, 5)$. $\int \int_A x e^{3x-y-1} dx dy =$

- 2.A $3e^2(e^3 + 2)$ (e³ - 1)(e² + 1)/e² **2.B**
- 2.C $(e^2 - 1)/3$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. Al variare di $t_o \in \mathbf{R}$, si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = e^{-x^2} + \text{sen } |t| \\ x(t_o) = 1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Le ipotesi del Teorema di Cauchy locale sono soddisfatte $\Rightarrow t_o \neq 0$
- (2) $\forall t_o \in \mathbf{R}$, le ipotesi del Teorema di Cauchy globale sono soddisfatte

- 3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima **3.B**
- 3.C Entrambe Solo la seconda **3.D**

4. Sia f la funzione reale, definita e continua su tutto \mathbf{R}^2 , tale che $f(x, y) = x^2 \text{sen}(1/x) + y^2 \text{sen}(1/y)$ per $x \neq 0$ e $y \neq 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile in $(0, 0)$.
- (2) f soddisfa alle ipotesi del Teorema del Differenziale Totale in un intorno di $(0, 0)$.

- 4.A Solo la prima Solo la seconda **4.B**
 4.C Entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.D**

5. Sia $f \in C^2(\mathbf{R}^3; \mathbf{R})$ tale che $\nabla f(2, 3, 4) = [0 \ 0 \ 0]$ e $H_f(2, 3, 4) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ per un opportuno $\alpha \in \mathbf{R}$.

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\alpha = 3 \Rightarrow (2, 3, 4)$ è un punto di massimo per f su \mathbf{R}^2 .
 (2) $\alpha = -1 \Rightarrow (2, 3, 4)$ è un punto di minimo per f su \mathbf{R}^2 .

- 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima **5.B**
 5.C Entrambe Solo la seconda **5.D**

6. Sia $f_n: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ una successione di contrazioni e sia $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ una funzione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se le f_n convergono puntualmente a f su \mathbf{R} , allora f è continua su \mathbf{R}
 (2) Se le f_n convergono uniformemente a f su \mathbf{R} , allora f è Lipschitz su \mathbf{R}

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe **6.B**
 6.C Solo la seconda Solo la prima **6.D**

7. Data $f \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, si consideri l'equazione $f(x) = f(y)$ al fine di definire, se possibile, una funzione $y = \varphi(x)$ in un intorno di $(0, 0)$, continua dove definita. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ , definita in un intorno di 0 a valori in un intorno di 0, certamente esiste.
 (2) Se f è dispari, le ipotesi del Teorema della Funzione Implicita sono soddisfatte

- 7.A Solo la prima Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**
 7.C Entrambe Solo la seconda **7.D**

8. Al variare di n in \mathbf{N} , sia $x = \varphi_n(t)$ la soluzione del Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = t^n + \sin x \\ x(0) = 1/n \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ_n è definita su tutto \mathbf{R}
 (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \varphi_n(3/4) = 0$

- 8.A Solo la prima Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**
 8.C Entrambe Solo la seconda **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: C B D A A B A C