

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8

Risposta:

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia $f(x, y) = \begin{cases} y + 2x^3 \cos y & \text{se } y > x^2 \\ 4x^2 y \sinh x + 3y & \text{se } y \leq x^2 \end{cases}$. Sia A il rettangolo di vertici $(2, -2)$, $(2, 4)$, $(-2, 4)$ e $(-2, -2)$.

Allora, $\int \int_A f(x, y) dx dy =$

1.A $104/5$

1.C 21

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**

$53/3$ **1.D**

2. Data $f \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, si consideri l'equazione $f(x + y) = 0$ al fine di definire implicitamente, se possibile, una funzione $y = \varphi(x)$ continua dove definita. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) φ esiste, unica, definita e continua su \mathbf{R}

(2) Se f è strettamente crescente, le ipotesi del Teorema della Funzione Implicita sono soddisfatte.

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2.C Entrambe

Solo la seconda **2.B**

Solo la prima **2.D**

3. Sia $f \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ tale che in ogni punto (x, y) di \mathbf{R}^2 si ha $\nabla f(x, y) = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$ con $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ fissi e $\beta/\alpha = -\sqrt{3}$.

Sia C la circonferenza centrata nell'origine di raggio 4. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Il minimo assoluto di f su C è in $(2, -2\sqrt{3})$

(2) Il punto $(-2, 2\sqrt{3})$ è di estremo per f su C

3.A Solo la prima

3.C Entrambe

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**

Solo la seconda **3.D**

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = |x - y|(x + y)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è differenziabile in $(1, 1)$

(2) f è derivabile in $(2, 3)$

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima **4.B**
 4.C Solo la seconda Entrambe **4.D**

5. Sia $f \in C^1(\mathbf{R}, \mathbf{R})$ avente la retta $y = 2x + 3$ come asintoto obliquo a $-\infty$ ed a $+\infty$. Si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(1) = x_0 \end{cases}$ con $x_0 \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni $x_0 \in \mathbf{R}$, le ipotesi del Teorema di Cauchy locale sono soddisfatte
 (2) Per ogni $x_0 \in [3, +\infty[$, le ipotesi del Teorema di Cauchy globale sono soddisfatte

5.A Solo la prima Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**
 5.C Solo la seconda Entrambe **5.D**

6. Siano (X, d_X) e (Y, d_Y) spazi metrici. Sia $x: \mathbf{N} \mapsto X$ una successione. Sia $f: X \mapsto Y$ una funzione continua su X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se x_n converge in X , allora $f(x_n)$ converge in Y .
 (2) Se $f(x_n)$ converge in Y , allora x_n converge in X .

6.A Solo la seconda Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.B**
 6.C Entrambe Solo la prima **6.D**

7. La serie di potenze $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1^n}{(n-1)!} (x-1)^n$ ha raggio di convergenza

7.A 1 0 **7.B**
 7.C $+\infty$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. Sia φ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} (1+t)\dot{x} = x^2 \\ x(0) = -1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ è definita su un insieme limitato
 (2) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = +\infty$

8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima **8.B**
 8.C Entrambe Solo la seconda **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	A	A	D	C	D	D	C	A		