

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8
 Risposta:

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Dati $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, siano $B_\beta = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x^2 + y^2 < \beta\}$ e $f_\alpha(x, y) = \frac{\ln [(1 + x^2 - y^2)] + 2y - 2x^2 - \alpha y^2}{\arctan x^2 + \sinh y^2}$.
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f_\alpha(x, y)$ esiste finito $\Rightarrow \alpha = 1$
 (2) f_α è definita (almeno) su tutto $B_\beta \Rightarrow \beta \in]0, 1]$.

1.A Solo la seconda Solo la prima 1.B
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe 1.D

2. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: [0, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \sqrt{x + 2n x^2 \operatorname{sen}^2 \frac{2}{n + n x}}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La successione f_n converge uniformemente solo su insiemi limitati.
 (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) = +\infty$

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda 2.B
 2.C Solo la prima Entrambe 2.D

3. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sen} t + e^{x + \cos t} \\ x(0) = -1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $I = \mathbf{R}$
 (2) $\lim_{t \rightarrow \inf I} \varphi(t) = -\infty$

3.A Entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.B

A.A. 11/12 - Scritto n. 2 A.0

3.C Solo la prima

Solo la seconda 3.D

4. Si consideri il Problema di Cauchy
$$\begin{cases} x''' + x' \operatorname{sen} x'' = x^2 + t \\ x(1) = 2 \\ x'(1) = 4 \\ x''(1) = \pi \end{cases}, \text{ una volta trasformato in Problema di Cauchy}$$
 per un'equazione in forma normale al primo ordine. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Questo problema soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale

(2) Questo problema soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale

4.A Solo la prima

Solo la seconda 4.B

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe 4.D

5. Siano $f \in C^0(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ e $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^{10} + y^{10} \leq \pi\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f(C)$ è un intervallo chiuso

(2) $f(C)$ è un insieme limitato

5.A Solo la seconda

Entrambe 5.B

5.C Solo la prima

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Sia $A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 9] \text{ e } y \geq \left| x/\sqrt{3} \right| \right\}$. Allora $\iint_A \left(\frac{2x^2 y + 3 \sinh(x^3) \cosh y}{x^2 + y^2} \right) dx dy =$

6.A $\sqrt{3}/4$

$13\sqrt{3}/3$ 6.B

6.C $26\sqrt{3}$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.D

7. Si consideri la funzione $f(x, y) = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y$ ristretta alla circonferenza C di equazione $x^2 + y^2 = \pi^2/2$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Il Teorema dei Moltiplicatori di Lagrange è applicabile per determinare i punti di massimo e minimo.

(2) Il massimo di f su C è 2.

7.A Solo la seconda

Entrambe 7.B

7.C Solo la prima

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.D

8. Si consideri l'uguaglianza $(1 + x^2)y + e^x y^3 + \cos(x + y) = 1$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Definisce implicitamente un'unica funzione $y = \varphi(x)$, con φ definita su tutto \mathbf{R} .

(2) Il Teorema della Funzione Implicita assicura esistenza e unicità di $y = \varphi(x)$ in un intorno di $(0, 0)$

8.A Entrambe

Solo la seconda 8.B

8.C Solo la prima

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.D

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	B	D	A	B	B	B	C		