

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 4xy' + 4e^{-2x^2} = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ e sia φ la soluzione massimale. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ è definita su tutto \mathbf{R}
 (2) φ è limitata

1.A Entrambe Solo la prima **1.B**
 1.C Solo la seconda Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. Sia $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$ tale che $Df(1, 2, 3) = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & a \end{bmatrix}$ con $a \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $a \neq -5 \Rightarrow f$ è localmente invertibile in $(1, 2, 3)$
 (2) $a = 7 \Rightarrow f$ è localmente invertibile in $(1, 2, 3)$

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima **2.B**
 2.C Solo la seconda Entrambe **2.D**

3. Sia (X, d) uno spazio metrico e sia $f: X \mapsto X$ una funzione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se f è una contrazione ed è invertibile, allora l'inversa f^{-1} è una contrazione.
 (2) Se f è Lipschitz, allora $f \circ f$ è Lipschitz.

- 3.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda **3.B**
3.C Entrambe Solo la prima **3.D**

4. Sia A l'insieme di convergenza puntuale della successione $f_n(x) = \frac{\cos(nx)}{2^{nx}} + \sum_{h=1}^{+\infty} \frac{2^{h+1}}{5^h}$ e sia f il limite puntuale.

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) A è limitato
 (2) f è continua su A

- 4.A** Solo la prima Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**
4.C Entrambe Solo la seconda **4.D**

5. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 < 2x \text{ e } y \geq 0\}$. Allora, $\int \int_{A \cap B} 3xy \, dx \, dy =$

- 5.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1/3 **5.B**
5.C 5/24 5/16 **5.D**

6. Sia $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x}{x^2+2y^2} & \text{se } xy > 0 \\ 0 & \text{se } xy = 0 \\ \frac{2xy}{x^2+2y^2} & \text{se } xy < 0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette infiniti punti di discontinuità
 (2) se $xy \geq 0$, f ammette derivate parziali in (x, y)

- 6.A** Solo la prima Solo la seconda **6.B**
6.C Entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. L'equazione integrale $x(t) = 2 + \int_0^t (\sin \tau^2 + 3 \arctan x(\tau)) \, d\tau$

- 7.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta
7.B non ammette soluzione
7.C ammette un'unica soluzione definita su \mathbf{R}
7.D ammette un'unica soluzione definita al più su un intervallo limitato

8. Si consideri la funzione $f(x, y) = |1 - e^{\arctan(y-x)}|$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\sup_{\mathbf{R}^2} f - \inf_{\mathbf{R}^2} f = e^{\pi/2} - 1$
 (2) f ammette un unico punto di minimo assoluto

- 8.A** Solo la prima Solo la seconda **8.B**
8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 11/12 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: A D B B D A C A