

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8

Risposta:

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia $f:]0, +\infty[\times]0, +\infty[\mapsto \mathbf{R}$ data da $f(a, b) = \max \{x + y : (x/a)^2 + (y/b)^2 = 1\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette minimo
 (2) f ammette almeno un punto di massimo locale

1.A Solo la seconda Nessuna delle due **1.B**
 1.C Solo la prima Entrambe **1.D**

2. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{|y|^\alpha \cos(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette entrambe le derivate parziali in $(0, 0) \Rightarrow \alpha > 2$
 (2) $\alpha > 1/2 \Rightarrow f$ è continua su \mathbf{R}^2

2.A Solo la prima Entrambe **2.B**
 2.C Solo la seconda Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. L'intervallo massimale su cui è definita la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 5e^{x+y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ è:

3.A $\left] -\infty, \ln \frac{1+5e}{5e} \right[$ $\left] \ln \frac{1+5e}{5e}, +\infty \right[$ **3.B**
 3.C $\left] \ln \frac{5e}{1+5e}, \ln \frac{1+5e}{5e} \right[$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. Siano (X, d) uno spazio metrico, $A \subseteq C$ ed $f: A \mapsto \mathbf{R}$ una funzione uniformemente continua su A . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) A compatto $\Rightarrow f(A)$ limitato
 (2) $f(A)$ compatto $\Rightarrow A$ limitato

- 4.A Solo la seconda Entrambe 4.B
 4.C Solo la prima Nessuna delle due 4.D

5. Sia $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $g(x) = \begin{cases} 3 - |x| & \text{se } |x| \leq 3 \\ 0 & \text{se } |x| > 3 \end{cases}$. Sia $f_n(x) = n^{-1/2} g(x - n)$. Allora necessariamente:

- 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta $f_n \xrightarrow{u} f$ su \mathbf{R} e $f \in C^\infty(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ 5.B
 5.C $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{\mathbf{R}} f_n(x) dx \neq \int_{\mathbf{R}} (\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)) dx$ $f_n \xrightarrow{u} f$ su \mathbf{R} e $f(3) = 3$ 5.D

6. Sia $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } y \geq 0\}$. Allora $\int \int_{\Omega} (\ln(1 + x^2 + y^2) + x \cos y) dx dy =$

- 6.A $\pi[\ln 2 - (1/2)]$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.B
 6.C $\pi(-1 + \ln 4)$ $2\pi(-1 + \ln 2)$ 6.D

7. Sia $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}^2$ data da $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos x + \sin y \\ \sin x + \cos y \end{bmatrix}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è invertibile in un intorno di $(0, 0)$
 (2) f è iniettiva

- 7.A Solo la seconda Nessuna delle due 7.B
 7.C Solo la prima Entrambe 7.D

8. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione periodica di periodo 2π e tale che per $x \in]-\pi, \pi]$ valga

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{10} \cos(x/2) & \text{se } |x| < \pi/2 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sia $\mathcal{F}(x)$ la serie di Fourier di f calcolata in x . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) \mathcal{F} non converge uniformemente su $[-\pi/4, \pi/4]$
 (2) \mathcal{F} converge puntualmente su \mathbf{R} e $\mathcal{F}(\pi/2) + b_6 = \pi\sqrt{2}/40$

- 8.A Solo la seconda Solo la prima 8.B
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe 8.D

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	A	A	C	B	A	C	A		