

**Analisi Matematica 2**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 4**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6        7        8

Risposta:  

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia  $f: ]0, +\infty[ \times ]0, +\infty[ \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(a, b) = \max \{x + y : (x/a)^2 + (y/b)^2 = 1\}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette minimo  
 (2)  $f$  ammette almeno un punto di massimo locale

1.A Solo la seconda Nessuna delle due    **1.B**  
 1.C Solo la prima Entrambe            **1.D**

2. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$  e  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{|y|^\alpha \cos(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette entrambe le derivate parziali in  $(0, 0) \Rightarrow \alpha > 2$   
 (2)  $\alpha > 1/2 \Rightarrow f$  è continua su  $\mathbf{R}^2$

2.A Solo la prima Entrambe    **2.B**  
 2.C Solo la seconda Nessuna delle altre affermazioni è esatta    **2.D**

3. L'intervallo massimale su cui è definita la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 5e^{x+y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$  è:

3.A  $\left] -\infty, \ln \frac{1+5e}{5e} \right[$   $\left] \ln \frac{1+5e}{5e}, +\infty \right[$     **3.B**  
 3.C  $\left] \ln \frac{5e}{1+5e}, \ln \frac{1+5e}{5e} \right[$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta    **3.D**

4. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $A \subseteq C$  ed  $f: A \mapsto \mathbf{R}$  una funzione uniformemente continua su  $A$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $A$  compatto  $\Rightarrow f(A)$  limitato  
 (2)  $f(A)$  compatto  $\Rightarrow A$  limitato

- 4.A Solo la seconda Entrambe 4.B  
 4.C Solo la prima Nessuna delle due 4.D

5. Sia  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $g(x) = \begin{cases} 3 - |x| & \text{se } |x| \leq 3 \\ 0 & \text{se } |x| > 3 \end{cases}$ . Sia  $f_n(x) = n^{-1/2} g(x - n)$ . Allora necessariamente:

- 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $f_n \xrightarrow{u} f$  su  $\mathbf{R}$  e  $f \in C^\infty(\mathbf{R}; \mathbf{R})$  5.B  
 5.C  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{\mathbf{R}} f_n(x) dx \neq \int_{\mathbf{R}} (\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)) dx$   $f_n \xrightarrow{u} f$  su  $\mathbf{R}$  e  $f(3) = 3$  5.D

6. Sia  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } y \geq 0\}$ . Allora  $\iint_{\Omega} (\ln(1 + x^2 + y^2) + x \cos y) dx dy =$

- 6.A  $\pi[\ln 2 - (1/2)]$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.B  
 6.C  $\pi(-1 + \ln 4)$   $2\pi(-1 + \ln 2)$  6.D

7. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}^2$  data da  $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos x + \sin y \\ \sin x + \cos y \end{bmatrix}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è invertibile in un intorno di  $(0, 0)$   
 (2)  $f$  è iniettiva

- 7.A Solo la seconda Nessuna delle due 7.B  
 7.C Solo la prima Entrambe 7.D

8. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  una funzione periodica di periodo  $2\pi$  e tale che per  $x \in ]-\pi, \pi]$  valga

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{10} \cos(x/2) & \text{se } |x| < \pi/2 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sia  $\mathcal{F}(x)$  la serie di Fourier di  $f$  calcolata in  $x$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\mathcal{F}$  non converge uniformemente su  $[-\pi/4, \pi/4]$   
 (2)  $\mathcal{F}$  converge puntualmente su  $\mathbf{R}$  e  $\mathcal{F}(\pi/2) + b_6 = \pi\sqrt{2}/40$

- 8.A Solo la seconda Solo la prima 8.B  
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe 8.D

Analisi Matematica 2  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

|            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| Compito A: | B | A | A | C | B | A | C | A |   |   |