Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 3

Matricola: | | | | | |

Cognome:..Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia* $f(x,y) = \begin{cases} (x-y)\ln(y-x) & \textit{se } y > x \\ 0 & \textit{se } y \leq x \end{cases}$ *e sia* $C = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 = 1\right\}$*. Allora:*

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

1.B $\max_c f = 0$, $\min_c f = -2\ln 2$

1.C $\max_c f = 0$, $\min_c f = -(\ln 2)/\sqrt{2}$

1.D $\max_c f = 1/e$, $\min_c f = -(\ln 2)/\sqrt{2}$

2. *Sia* $y = \varphi(x)$ *la soluzione del Problema di Cauchy* $\begin{cases} y' = -y + (x^2-x)y^2 \\ y(1) = 2/(6+e) \end{cases}$. *(Può essere utile la sostituzione* $z(x) = 1/y(x)$*.) Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Vale* $\varphi(0) = 2/3$

(2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \varphi(x) = 0$

2.A Solo la prima

2.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2.C Solo la seconda

2.D Entrambe

3. *Siano* $f \in \mathbf{C^1}\left(\mathbf{R}\,;\mathbf{R}^2\right)$ *e* $g \in \mathbf{C^1}\left(\mathbf{R}^2\,;\mathbf{R}\right)$*. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f \circ g$ *può soddisfare alle ipotesi del Teorema della funzione Inversa*

(2) $g \circ f$ *può soddisfare alle ipotesi del Teorema della funzione Inversa*

(Suggerimento: calcolare la derivata della funzione composta)

3.A Entrambe

3.B Solo la prima

3.C Solo la seconda

3.D Nessuna delle due

4. *Dato* $\alpha \in \mathbf{R}$*, si consideri la serie* $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\arctan\left(n + \frac{9x^2}{n}\right)}{(n + \operatorname{sen} x)^{\alpha-6}} + \frac{2^n n^3}{\pi^n}$.

4.A La serie converge uniformemente su $\mathbf{R}$ se e solo se $\alpha > 7$

4.B La serie converge puntualmente su $\mathbf{R}$ se e solo se $|\alpha| \leq 7$

4.C Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, la serie converge puntualmente solo su insiemi limitati

4.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5. *Per* $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, *sia* $f_n\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \dfrac{3}{x^2+n^2} + \arctan(5nx)$.

5.A f_n converge puntualmente su $\mathbf{R}$ ma non uniformemente su $\mathbf{R}$
5.B f_n converge puntualmente e uniformemente su $\mathbf{R}$
5.C f_n non converge puntualmente su tutto $\mathbf{R}$
5.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

6. *Al variare di* $\alpha \in \mathbf{R}$, *si consideri* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x^2y^2}-1}{x^2+y^2} + \frac{\ln(2x^2+1)}{x^2+3x^6} & \textit{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 2\alpha+3 & \textit{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$.
La funzione f *è continua in* $(0,0)$ *se e solo se*

6.A $\alpha = 2$
6.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta
6.C $\alpha = -1$
6.D $\alpha = -1/2$

7. *Siano* (X,d) *uno spazio metrico,* A *e* B *sottoinsiemi di* X. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad A \subseteq B \Rightarrow \overline{A} \subseteq \overline{B}$$
$$(2) \qquad A \subseteq B \Rightarrow \partial A \subseteq \partial B$$

7.A Entrambe
7.B Solo la seconda
7.C Nessuna delle due
7.D Solo la prima

8. *Sia* E *l'insieme dei punti* (x,y) *di* $\mathbf{R}^2$ *tali che* $y \in [1,2]$, $x \geq 0$ *e contenuti nel disco di centro* $(0,1)$ *e di raggio* 1. *Allora,* $\displaystyle\int\int_E \frac{y}{x^2+y^2}\,dxdx =$

8.A $1/4$
8.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta
8.C $1/2$
8.D 1

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	D	C	A	A	D	D	C		