

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8
 Risposta:

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia $f \in C^2(\mathbb{R}^2; \mathbb{R})$ tale che $\nabla f(2,3) = [a^2 - 1 \quad , \quad 1 + a]$ e $H_f(2,3) = \begin{bmatrix} a & -3 \\ -3 & -14 \end{bmatrix}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $(2,3)$ è un punto di estremo locale per $f \Rightarrow a = 1$
 (2) $a = -1 \Rightarrow (2,3)$ è un punto di minimo locale per f

1.A Entrambe Nessuna delle due 1.B
 1.C Solo la prima Solo la seconda 1.D

2. Siano $\mathcal{D} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq \sqrt{|y|}\}$ e $f: \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ data da $f(x,y) = \begin{cases} y \sin(\pi x) + \sin x & \text{se } (x,y) \in \mathcal{D} \\ 0 & \text{se } (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \mathcal{D} \end{cases}$.
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) lungo qualunque direzione, f ammette derivata direzionale in $(0,0)$
 (2) f non è continua in $(0,0)$.

2.A Entrambe Solo la prima 2.B
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda 2.D

3. Sia $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 2, \quad |x| \leq y^2\}$. Allora

$$\iint_Q (6y + 3x + \cos(6y) \arctan(8x^5) + 6y \sinh(3x)) \, dx dy =$$

3.A $3 \arccos 6$ 7 3.B
 3.C $\sin 6 + 3 \cosh 6$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.D

4. Si consideri la funzione $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, di periodo 2π , definita in $]-\pi, \pi]$ da $f(x) = \begin{cases} 4|x| & \text{se } |x| < \pi/2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$. Allora, i suoi coefficienti di Fourier a_n e b_n soddisfano a:

4.A $a_2 + b_{36} = 9/\pi$

$a_2 + b_{100} = -4/\pi$ 4.B

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$a_2 + b_6 = -7/\pi$ 4.D

5. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 2/n^3 \text{ o } x \geq 6/n^3 \\ -n + n^4 x/2 & \text{se } x \in]2/n^3, 4/n^3] \\ 3n - n^4 x/2 & \text{se } x \in]4/n^3, 6/n^3[\end{cases}$. Quale/i delle seguenti

affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) La successione f_n converge puntualmente su tutto \mathbf{R} .

(2) La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \int_0^{\pi^2} f_n(x) dx$ converge assolutamente.

5.A Solo la prima

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.B

5.C Solo la seconda

Entrambe 5.D

6. Sia $f: \mathbf{R}^3 \mapsto \mathbf{R}^2$ data da

$$f(x, y, z) = \begin{bmatrix} 3x^2 + 5y^2 - 5\pi \\ 2x + \sqrt{\pi}y + z - 7\pi \end{bmatrix}.$$

Si consideri l'equazione $f(x, y, z) = (0, 0)$ in un intorno del punto $(0, \sqrt{\pi}, 6\pi)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) In virtù del Teorema della Funzione Implicita, $f(x, y, z) = (0, 0)$ definisce un'unica funzione $(y, z) = \psi(x)$

(2) In virtù del Teorema della Funzione Implicita, $f(x, y, z) = (0, 0)$ definisce un'unica funzione $(x, z) = \psi(y)$

6.A Nessuna delle due

Entrambe 6.B

6.C Solo la seconda

Solo la prima 6.D

7. Siano (X, d) uno spazio metrico, $f: X \mapsto X$ una funzione e x_n una successione di elementi di X convergente ad un punto di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f Lipschitz su $X \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n)$

(2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n) \rightarrow f$ continua su X

7.A Entrambe

Solo la prima 7.B

7.C Solo la seconda

Nessuna delle due 7.D

8. Il Problema di Cauchy $\begin{cases} xy' + y = y^2 \\ y(1) = \alpha \end{cases}$ ammette una soluzione definita su $]0, +\infty[$ se e solo se

8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$\alpha \in]0, 1]$ 8.B

8.C $\alpha \in [0, 1]$

$\alpha \in]0, 1[$ 8.D

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	C	B	B	D	D	B	C		