

**Analisi Matematica 2**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 1**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Dato  $a \in \mathbf{R}$ , sia  $R$  il raggio di convergenza della serie di potenze  $\sum_{n=1}^{+\infty} |a^2 - 4|^{ne^n} z^n$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad \text{se } a \in ]-\sqrt{5}, -\sqrt{3}[ \cup ]\sqrt{3}, \sqrt{5}[, \text{ allora } R = +\infty$$

$$(2) \quad R = 0 \iff a \in \{-\sqrt{5}, -\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{5}\}$$

- |   |                            |
|---|----------------------------|
| 1.A Entrambe                                  | Solo la seconda <b>1.B</b> |
| 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta | Solo la prima <b>1.D</b>   |

2. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $x: \mathbf{N} \mapsto X$  una successione convergente ad un  $x_* \in X$  ed  $A = x(\mathbf{N})$  l'insieme dei valori assunti dalla successione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad x_* \in \overset{\circ}{A}$$

$$(2) \quad x_* \text{ può essere isolato per } A$$

- |                     |                              |
|---------------------|------------------------------|
| 2.A Entrambe        | Nessuna delle due <b>2.B</b> |
| 2.C Solo la seconda | Solo la prima <b>2.D</b>     |

3. Al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$ , sia  $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 + y^2}{1 - x^2 - y^2} & \text{se } x^2 + y^2 \neq 1 \\ \alpha & \text{se } x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad \forall \alpha > 0, f_\alpha \text{ non è continua in } (1, 0)$$

$$(2) \quad \text{Se } \alpha = -1, \text{ allora } f_\alpha \text{ è differenziabile in } (1, 0).$$

- 3.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe **3.B**  
**3.C** Solo la prima Solo la seconda **3.D**

**4.** Sia  $A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq |x| \text{ e } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} \leq 1 \right\}$ . Allora  $\int \int_A \sinh \left( x^2 + \frac{4}{3} y^2 \right) dx dy =$

- 4.A**  $\frac{\pi\sqrt{5}}{8}(-1 + \cosh 4)$   $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}(-1 + \cosh 4)$  **4.B**  
**4.C** Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $\frac{\sqrt{5}\pi}{8}(-1 + \cosh 4)$  **4.D**

**5.** Dato  $\alpha \in \mathbf{R}$ , sia  $f_n(x): \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = n^{3+\alpha} x e^{\pi-|x|}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) per  $\alpha > -3$ , la successione non converge puntualmente su tutto  $\mathbf{R}$   
 (2) Se  $\alpha < -3$ , la successione converge uniformemente in  $\mathbf{R}$

- 5.A** Solo la prima Solo la seconda **5.B**  
**5.C** Entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.D**

**6.** Sia  $f(x, y) = y + x e^y - x$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f(x, y) = 0$  definisce un'unica funzione implicita continua  $y = y(x)$  in un intorno di  $(0, 0)$   
 (2)  $f(x, y) = 0$  definisce un'unica funzione implicita continua  $x = x(y)$  in un intorno di  $(-1, 0)$

- 6.A** Solo la seconda Entrambe **6.B**  
**6.C** Solo la prima Nessuna delle due **6.D**

**7.** Sia  $y_\alpha$  la soluzione del Problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' + 2y' - 8y = e^{-x} \\ y(0) = \alpha \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ . Allora  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y_\alpha(x) = 0$  se e solo se

- 7.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $\alpha = 0$  **7.B**  
**7.C**  $\alpha = -1/12$   $\alpha = -1/6$  **7.D**

**8.** Siano  $f(x, y) = -2xye^{xy}$  e  $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$ . Allora:

- 8.A**  $\max_C f = 2/e$  e  $\min_C f = -4e^2$   $\max_C f = 4e^{-2}$  e  $\min_C f = -4e^2$  **8.B**  
**8.C**  $\max_C f = 4e^2$  e  $\min_C f = -4e^2$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

Analisi Matematica 2  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 10/11 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	C	C	B	C	B	C	A		