Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Scritto n. 5

Matricola: | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:										

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. *Siano* $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 6\}$ *e* A *il punto di coordinate* $(0,-3,0)$. *Deteminare l'insieme* $\mathcal{M}$ *dei punti* P *di* Ω *che rendono minima la distanza* $d(P,A)$.

1.A $\mathcal{M} = \{(x,y,z) \in \Omega \colon y = 0\}$ nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**

1.C $\mathcal{M} = \{(x,y,z) \in \Omega \colon z = 0\}$ $\mathcal{M} = \{(0, -\sqrt{3/2}, 0)\}$ **1.D**

2. *Sia* $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ *una serie di potenze con raggio di convergenza* $\rho \in \mathbf{R}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad \lim_{n\to+\infty} |a_n| = 0 \Rightarrow \rho > 1$$
$$(2) \qquad \rho > 1 \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} |a_n| = 0$$

2.A entrambe solo la prima **2.B**

2.C nessuna solo la seconda **2.D**

3. *Sia* $\alpha \in \mathbf{R}$ *e* C_α *il punto del piano di coordinate* $(\alpha, 0)$. *Sia* Ω *il cerchio di centro* C_α *e raggio* 1. *Allora* $\displaystyle\lim_{\alpha\to 1} \int\!\!\int_\Omega (1 + x^2 y)\, dx\, dy =$

3.A nessuna delle altre affermazioni è esatta 4π **3.B**

3.C π 9π **3.D**

4. *Sia* $f \colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *la funzione* 2π *periodica tale che* $f(x) = x(1+x)$ *per* $x \in \,]-\pi, \pi]$. *Siano* a_n *e* b_n *i coefficienti nello sviluppo di Fourier di* f. *Allora* $a_{13} + b_{13} =$

4.A nessuna delle altre affermazioni è esatta 18/121 **4.B**

4.C 26/225 22/169 **4.D**

5. *Sia* $f_n \colon [0, +\infty[\, \mapsto \mathbf{R}$ *definita da* $f_n(x) = n x^{(1+n)/n} - nx$. *Sia* f *il limite puntuale di* f_n, *ove definito. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f'_n *converge puntualmente a* f' *ovunque* f' *è definita*

(2) f *è derivabile ovunque è definita*

5.A solo la seconda | entrambe **5.B**
5.C solo la prima | nessuna **5.D**

6. *Siano* $k \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ *e* $f_k : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f_k(x,y) = 81(2x + y + 1/81)^k$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) k *pari* $\Rightarrow f_k$ *ha un punto di minimo ed un punto di sella*

(2) k *dispari* $\Rightarrow f_k$ *ha un punto di sella in* $(1/2, 82/81)$

6.A entrambe | nessuna **6.B**
6.C solo la seconda | solo la prima **6.D**

7. *Siano* $f, g \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}^2)$ *soddisfacenti alle ipotesi del Teorema della funzione inversa, rispettivamente in un intorno di* $(1,2)$ *e di* $(3,4)$, *con* $f(1,2) = (3,4)$ *e* $g(3,4) = (5,6)$. *Siano* $F = 2f + g$ *e* $G = g \circ f$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) F *soddisfa alle ipotesi del Teorema della funzione inversa*

(2) G *soddisfa alle ipotesi del Teorema della funzione inversa*

7.A solo la prima | solo la seconda **7.B**
7.C entrambe | nessuna **7.D**

8. *Sia* $x = \varphi_n(t)$ *la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = 1 - \cos\left(\frac{x}{1+n|x|}\right) \\ x(0) = \frac{1+n}{n} \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\varphi_n \overset{u}{\to} 1$ *su* $[-1,1]$

(2) $\lim_{n\to+\infty} \varphi_n(100) = 100$

8.A solo la seconda | nessuna **8.B**
8.C solo la prima | entrambe **8.D**

9. *La funzione* $f(x,y) = \dfrac{1}{x}\displaystyle\int_0^x \operatorname{sen}\left(e^{yt}\right) dt$ *può essere estesa ad una funzione*

9.A in $\mathbf{C^0}\left(\mathbf{R}^2 \setminus \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y = 0\}; \mathbf{R}\right)$ ma non in $\mathbf{C^0}(\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}; \mathbf{R})$

9.B in $\mathbf{C^0}(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$

9.C nessuna delle altre affermazioni è esatta

9.D in $\mathbf{C^0}(\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}; \mathbf{R})$ ma non in $\mathbf{C^0}\left(\mathbf{R}^2 \setminus \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y = 0\}; \mathbf{R}\right)$

10. *Siano* x_n *e* y_n *due successioni nello spazio metrico* (X,d). *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\lim_{n\to+\infty} d(x_n, y_n) = 0 \Rightarrow x_n$ *ed* y_n *sono limitate*

(2) x_n *ed* y_n *sono limitate* $\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} d(x_n, y_n) = 0$

10.A solo la seconda | nessuna delle due **10.B**
10.C solo la prima | entrambe **10.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	D	C	D	C	B	B	C	B	B