Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Scritto n. 4

Matricola: | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:										

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. *Sia* $f \in \mathbf{C^2}(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ *tale che* $f(x,y) = 2 + 7x - y - 9x^2 + 2y^2 + o(\sqrt{x^2+y^2})$ *per* $(x,y) \to (0,0)$. *Siano* F, G *date da* $F(x,y) = \big(f(x,y), f(x,y)\big)$ *e* $G(x,y) = \big(y, f(x,y)\big)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) G *soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in* $(0,0)$

(2) F *soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in* $(0,0)$

1.A solo la seconda — nessuna **1.B**

1.C solo la prima — entrambe **1.D**

2. *Siano* $\alpha \in \mathbf{R}$, $g_\alpha(x,y) = x + \alpha y$ *e* $f(x,y) = x^2 + y^2 - 10$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\exists \alpha \in \mathbf{R}$ *tale che* g_α *vincolata a* $f = 0$ *ammette* 2 *punti di minimo locale distinti.*

(2) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, g_α *vincolata a* $f = 0$ *e* f *vincolata a* $g_\alpha = 0$ *hanno lo stesso numero di punti di massimo.*

2.A nessuna — solo la seconda **2.B**

2.C entrambe — solo la prima **2.D**

3. *Siano* x_n *ed* y_n *due successioni di numeri reali. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) x_n *e* y_n *sono entrambe di Cauchy in* $\mathbf{R} \Rightarrow (x_n, y_n)$ *è convergente in* $\mathbf{R}^2$

(2) (x_n, y_n) *è convergente in* $\mathbf{R}^2 \Rightarrow x_n$ *e* y_n *sono entrambe limitate in* $\mathbf{R}$

3.A entrambe — solo la seconda **3.B**

3.C nessuna — solo la prima **3.D**

4. *Sia* $f_n\colon [0,1] \to \mathbf{R}$ *tale che* $f_n \to f$ *uniformemente su* $[0,1]$*. Allora posto* $g_n\colon [0,+\infty[\to \mathbf{R}$ *data da*

$$g_n(x) = f_n\left(\frac{3x}{3x+2}\right)$$

si ha che g_n *converge uniformemente*

4.A solo su $[0,1]$ — su intervalli illimitati a destra **4.B**

4.C solo su intervalli chiusi e limitati — solo su intervalli limitati **4.D**

5. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *la funzione* 2π*-periodica definita da* $f_n(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(2x)\sinh(\beta x)}{(x-x^2)^2} & x \in \left]-\pi,-1/n\right[\\ (x-\alpha)\cos(x/2) & x \in [-1/n,\pi] \end{cases}$*. Siano* f *il limite puntuale di* f_n*,* s_n *ed* s *le somme delle serie di Fourier di* f_n *e* f*, rispettivamente. Allora,* s_n *converge puntualmente a* s *su* $\mathbf{R}$ *se e solo se*

5.A nessuna delle altre affermazioni è esatta — $\alpha = k\pi$ con $k \in \mathbf{Z}$ e $\beta = 0$ **5.B**

5.C $\alpha + 2\beta = 0$ — $\alpha = \beta = 0$ **5.D**

6. *Il raggio di convergenza della serie* $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}(5z)^{(5n)!}$ *è*

6.A 1 — $+\infty$ **6.B**

6.C 0 — nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. *Si consideri il problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x}_1 = 5x_1 + \cos(x_2+t) \\ \dot{x}_2 = \sqrt{5+(x_1)^2} + \operatorname{sen} x_2 \\ x_1(5) = 3 \\ x_2(5) = 5 \end{cases}$*. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte*

(2) *Le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte*

7.A entrambe — solo la prima **7.B**

7.C solo la seconda — nessuna **7.D**

8. *In un intorno di* $(0,\pi)$ *l'equazione* $y + x\cos(y) = \pi$ *definisce implicitamente una funzione* $y = \varphi(x)$ *tale che*

8.A $\varphi(x) = \pi + x - \frac{1}{2}x^3 + o(x^3)$ per $x \to 0$ — $\varphi(x) = \pi + x - \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$ **8.B**

8.C $\varphi(x) = \pi + x - x^3 + o(x^3)$ per $x \to 0$ — nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

9. *Sia* $C = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y < -|x| \text{ e } \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{8} \le 1\right\}$*. Allora* $\displaystyle\iint_C \sinh\left(x^2 + \frac{3}{8}y^2\right)\,dx\,dy =$

9.A nessuna delle altre affermazioni è esatta — $\frac{2\pi}{\sqrt{6}}(-1+e^3)$ **9.B**

9.C $\frac{2\pi}{3\sqrt{6}}(-1+\cosh 3)$ — $\frac{\pi}{\sqrt{6}}(-1+\cosh 3)$ **9.D**

10. *La funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x-2y}\exp\left(-\left|\frac{x}{x-2y}\right|\right) & x \ne 2y \\ 0 & x = 2y \end{cases}$

10.A è continua su $\mathbf{R}^2$ ma non derivabile su $\mathbf{R}^2$

10.B è derivabile su $\mathbf{R}^2$ ma non differenziabile su $\mathbf{R}^2$

10.C nessuna delle altre affermazioni è esatta

10.D è differenziabile su $\mathbf{R}^2$

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	A	A	B	C	D	A	A	D	B