Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Terzo Scritto

Matricola: | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:										

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. *Sia* $\varphi\colon I \mapsto \mathbf{R}$ *la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = x^2 \\ x(0) = \sqrt{2} \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad \varphi(1) = \sqrt{2}/(1-\sqrt{2})$$
$$(2) \qquad \lim_{t\to-\infty} \varphi(t) = 0$$

1.A entrambe — nessuna **1.B**
1.C solo la seconda — solo la prima **1.D**

2. *Al variare di* $\alpha \in [0, +\infty[$, *si consideri la funzione* $f_\alpha\colon \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \mapsto \mathbf{R}$ *definita da* $f_\alpha(x,y) = \dfrac{|x|^\alpha + |y|}{|x| + |y|^\alpha}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad \lim_{(x,y)\to(0,0)} f_1(x,y) = 0$$
$$(2) \qquad \textit{Per ogni } \alpha > 2,\ \lim_{(x,y)\to(0,0)} f_\alpha(x,y) \textit{ non esiste o non è finito}$$

2.A solo la prima — nessuna delle due **2.B**
2.C solo la seconda — entrambe **2.D**

3. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = (x^2+y^2-1)\arctan(x^2-4y^2)$. *Allora*
3.A f ha un unico punto di max. assoluto — f ha almeno un punto di min. assoluto **3.B**
3.C nessuna delle altre affermazioni è esatta — f ha un punto di massimo locale in $(1,0)$ **3.D**

4. *Sia* $f \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}^2)$ *soddisfacente alle ipotesi del Teorema della funzione inversa in un intorno di* $(2,1)$, *con* $f(2,1) = (6,5)$. *Siano* $g(x,y) = \big(f_1(x,y)+f_2(x,y), f_1(x,y)+f_2(x,y)\big)$ *e* $h(x,y) = \big(\arctan f_1(x,y), f_2(x,y)\big)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *g soddisfa alle ipotesi del Teorema della funzione inversa*
(2) *h soddisfa alle ipotesi del Teorema della funzione inversa*

4.A solo la seconda | solo la prima **4.B**
4.C nessuna | entrambe **4.D**

5. *La serie di potenze* $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ *converge in* $1-3i$ *e in* $-1+2i$*. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Converge anche in* $4i$

(2) *Non converge in* $2-3i$

5.A solo la seconda | solo la prima **5.B**
5.C nessuna | entrambe **5.D**

6. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *la funzione di periodo* 6 *definita da* $f(x) = -\pi|x|/7$ *per* $x \in\,]-3,3]$*. Sia* $s(x)$ *la somma della serie di Fourier associata ad* f*. Allora* $s(3)+s(141) =$

6.A $-144\pi/7$ | $-6\pi/7$ **6.B**
6.C nessuna delle altre affermazioni è esatta | $-3\pi/7$ **6.D**

7. *Sia* $T = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \le x \le 1 \;\; 0 \le y \le \sqrt{2\pi} \text{ e } x^2+y^2 \ge 1\right\}$*. Allora* $\displaystyle\int\!\!\int_T xy\cos(x^2+y^2)\,dx\,dy =$

7.A $-\operatorname{sen} 1 + \frac{2-\pi}{8}(1-\cos 1)$ | nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**
7.C $(1-\operatorname{sen} 1-\cos 1)/4$ | $\frac{1}{2}\cos 1 - \frac{1}{8} - \frac{\operatorname{sen} 1}{4}$ **7.D**

8. *Sia* $f \in \mathbf{C^2}(\mathbf{R}^2;\mathbf{R})$ *tale che* $f(x,y)=0$ *soddisfi alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di* $(0,0)$ *e definisca una funzione* $y=\varphi(x)$*. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\big(f(x,y)\big)^2 = 0$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di* $(0,0)$

(2) $1-\cos f(x,y) = 0$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di* $(0,0)$

8.A nessuna | solo la prima **8.B**
8.C entrambe | solo la seconda **8.D**

9. *Sia* $f_n\colon [0,+\infty[\, \to \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1+n}{n(x+1)} & 0 \le x \le n \\ \dfrac{n^{-\alpha}}{x} & x > n \end{cases}$ *Allora* f_n *converge uniformemente su* $[0,+\infty[$ *se e solo se*

9.A $\alpha > -1$ | $\forall\alpha$ **9.B**
9.C $\alpha \ge 0$ | $\alpha > 0$ **9.D**

10. *Nello spazio metrico* (X,d)*, sia* $C \subseteq X$ *un insieme chiuso e* $\{x_n : n \in \mathbf{N}\}$ *una successione di elementi di* C*. È allora necessariamente vero che:*

10.A nessuna delle altre affermazioni è esatta | x_n non è convergente **10.B**
10.C x_n è di Cauchy | x_n converge ad un $x_\infty \in C$ **10.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Terzo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	C	C	A	C	B	C	A	A	A