Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Secondo Scritto

Matricola: | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:										

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. *Sia $f_n\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ una successione di funzioni. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad \sum_{n=0}^{+\infty} \Big(\ln\big(2 + f_n(x)\big)\Big) \text{ converge uniformemente su } \mathbf{R} \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} f_n(x) = -1\ \forall x \in \mathbf{R}$$

$$(2) \qquad \sum_{n=0}^{+\infty} \Big(4 - \big(f_n(x)\big)^2\Big) \text{ converge puntualmente su } \mathbf{R} \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} f_n(x) = 2\ \forall x \in \mathbf{R}$$

1.A nessuna — solo la prima **1.B**
1.C entrambe — solo la seconda **1.D**

2. *Sia* $Q = \Big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \in \Big[|y|^3, 2 - |y|\Big]\Big\}$. *Allora* $\displaystyle\int\!\!\int_Q |x|\,dx\,dy =$

2.A 4 — 92/21 **2.B**
2.C nessuna delle altre affermazioni è esatta — 33/8 **2.D**

3. *Sia* $f \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R}^3; \mathbf{R})$ *tale che* $\nabla f(2,3,4) = [3 \quad 4 \quad 5]$. *Sia* $v = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. *Allora*

3.A $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(2+3h, 3-2h, 4+h) - f(2,3,4)}{h} = 6$ — nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**
3.C $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(2+3h, 3-2h, 4+h) - f(2,3,4)}{h} = 4$ — $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(2+3h, 3-2h, 4+h) - f(2,3,4)}{h} = 10$ **3.D**

4. *Si consideri la successione di funzioni $f_n\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ date da $f_n(x) = [[x - 1/n]]$. ($[[x]]$ è la parte intera di x). Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *le f_n convergono uniformemente su $\mathbf{R}$*
(2) *f_n converge puntualmente su $\mathbf{R}$ alla parte intera*

4.A solo la (1) entrambe **4.B**
4.C nessuna solo la (2) **4.D**

5. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *la funzione di periodo* 4 *data da* $f(x) = (x-2)^2$ *per* $x \in \,]-2,2]$. *Sia* $\mathcal{F}$ *la serie di Fourier associata ad* f. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\mathcal{F}$ *converge puntualmente su* $\mathbf{R}$
(2) $\mathcal{F}$ *non converge uniformemente a* f *su* $[11,13]$

5.A nessuna solo la prima **5.B**
5.C entrambe solo la seconda **5.D**

6. *Si scriva il problema di Cauchy* $\begin{cases} e^t\ddot{x} + \dot{x}\,\mathrm{sen}\,t = x^2(2+\cos x) \\ \dot{x}(3) = 2 \\ x(3) = 7 \end{cases}$ *come sistema in forma normale al primo ordine. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Le ipotesi del Teorema di Cauchy locale sono soddisfatte*
(2) *Le ipotesi del Teorema di Cauchy globale sono soddisfatte su* $[-10,10] \times \mathbf{R}^2$

6.A entrambe nessuna delle due **6.B**
6.C solo la prima solo la seconda **6.D**

7. *Siano* $\alpha > 0$, $C_\alpha = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq \sqrt{|x|}\ \text{e}\ y \leq 3\alpha\right\}$ *e* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \sinh(3x+y)$.
7.A $f(C_{2/3}) \subseteq [-\sinh 10, \sinh 15[$ $f(C_1) \subseteq [-\sinh 6, \sinh 10]$ **7.B**
7.C $\forall (x,y) \in C_2,\ f(x,y) \geq -\sinh 24$ nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. *Sia* $f \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R}^2;\mathbf{R})$ *tale che in un intorno di* $(0,0)$ *l'equazione* $f(x,y) = 0$ *definisca, soddisfacendo alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita, le funzioni* $y = \varphi(x)$ *e* $x = \psi(y)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $(0,0)$ *non è un punto di estremo locale per* f
(2) *La tangente alla curva* $f(x,y) = 0$ *in* $(0,0)$ *è parallela all'asse* y

8.A nessuna solo la prima **8.B**
8.C entrambe solo la seconda **8.D**

9. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = 2xy + \alpha\,\mathrm{sen}(x^2+y^2)$.
9.A se $\alpha \geq 1$, allora $(0,0)$ è punto di minimo locale per f
9.B nessuna delle altre affermazioni è esatta
9.C se $\alpha \in [-5,-1]$, allora $(0,0)$ è punto di massimo locale per f
9.D se $\alpha \in [1/2,1]$, allora $(0,0)$ è punto di sella per f

10. *Sia* $X = \mathbf{C^0}([0,1];\mathbf{R})$ *munito della distanza* d_∞ *della convergenza uniforme. Fissati* $f \in X$ *e* $r > 0$, *l'insieme* $\{g \in X : d_\infty(g,f) \leq r\}$
10.A è limitato ma non compatto è illimitato e non compatto **10.B**
10.C nessuna delle altre affermazioni è esatta è compatto **10.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Secondo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	B	A	C	B	C	A	B	D	A