

Analisi Matematica 2

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Primo Scritto

Matricola:

--	--	--	--

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. Al variare di $p \in \mathbf{R}$, si applichi il Teorema della Funzione Implicita a $\begin{cases} px_1 + \cos(x_2) + x_1 x_3 - x_3 = 1 \\ x_1 + \sin(x_1 + x_2) - px_3 = 0 \end{cases}$ in un intorno di $(0, 0, 0)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni $p \in \mathbf{R}$, si ottiene un'unica funzione $(x_1, x_2) = \varphi(x_3)$
 (2) Per ogni $p \in \mathbf{R}$, si ottiene un'unica funzione $(x_1, x_3) = \varphi(x_2)$

1.A entrambe
1.C solo la prima

nessuna 1.B
solo la seconda 1.D

2. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(-1 + \sin \frac{2x - \pi\sqrt{n}}{2\sqrt{n}} \right)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La serie converge puntualmente su \mathbf{R}
 (2) La serie converge uniformemente su \mathbf{R} .

2.A nessuna
2.C Entrambe

Solo la 1 **2.B**
Solo la 2 **2.D**

- 3.** Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f_\alpha : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ data da $f_\alpha(x,y) = (3x^2 + 8y^2)^\alpha \ln(3x^2 + 8y^2)$.

3.A $\alpha < 0 \Leftrightarrow \inf_{B^2 \setminus \{(0,0)\}} f_\alpha < 0$ nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**

$$3.C \quad \alpha = 0 \Rightarrow \sup_{\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}} f_0 = +\infty \text{ e } \inf_{\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}} f_0 > -\infty \quad \alpha = e \Rightarrow \inf_{\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}} f_e > -\infty \text{ e } \sup_{\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}} f_e = +\infty \quad 3.D$$

4. Data una funzione $\varphi \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$, sia f definita da $f(x, y) = (\varphi(x, y), \varphi(x, y))$. Allora necessariamente

$$4.A \quad f \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}^2) \text{ e } Df(x, y) = 2\nabla\varphi(x, y) \quad f \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}^2) \text{ e } Df(x, y) = \begin{bmatrix} \nabla\varphi(x, y) \\ \nabla\varphi(x, y) \end{bmatrix} \quad 4.B$$

5. Sia data la successione di funzioni $f_n: [0, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \frac{nx + \cos x}{nx^2 + x + n}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) l'insieme di convergenza puntuale I è $[0, +\infty[$
- (2) f_n non converge uniformemente su I

5.A nessuna

5.B entrambe

5.C solo la prima

5.D solo la seconda

6. Sia $f_\alpha: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione 2π -periodica data da $f_\alpha(x) = \frac{\operatorname{sen}^3(\alpha x)}{|x^3|}$ per $x \in [-\pi, \pi[, x \neq 0$ e $f(0) = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La serie di Fourier di f_α converge puntualmente a f_α su $]-\pi, \pi[$
- (2) La serie di Fourier di f_α converge uniformemente a f_α su $]-1, 1[$

6.A entrambe

6.B solo la seconda

6.C nessuna

6.D solo la prima

7. Sia y_n la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \cos(y/n) + y + 2x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\forall M > 0 \exists N : \forall n \geq N y_n$ è definita su $]-M, M[$
- (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n(1) = 4e - 3$

7.A solo la seconda

7.B nessuna

7.C solo la prima

7.D entrambe

8. Sia T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, 1/2)$ e $(1/2, 0)$ e sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = 8x^2y$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $f(T) = [0, 4/27]$
- (2) $f(\mathbf{R}^2 \setminus T) =]-\infty, 0[\cup]4/27, +\infty[$

8.A entrambe

8.B solo la prima

8.C solo la seconda

8.D nessuna

9. Sia Ω il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(-1, 1)$ e $(0, 2)$, Allora $\iint_{\Omega} \frac{x+y}{1-x+y} \ln(1-x+y) dx dy =$

9.A $\ln 8$ nessuna delle altre affermazioni è esatta **9.B**
9.C $\frac{1}{2} \ln^2 3$ $\ln^2 8 + \ln^2(1/2)$ **9.D**

10. Siano (X, d) uno spazio metrico ed $f, g: X \mapsto X$ due funzioni. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f continua in x_o e g continua in $x_o \Rightarrow f \circ g$ continua in x_o
- (2) f continua su X e g continua in $x_o \Rightarrow f \circ g$ continua in x_o

10.A entrambe

10.B solo la prima

10.C solo la seconda

10.D nessuna delle due

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 09/10 - Primo Scritto

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B A D B C D C B C C