

**Analisi Matematica C**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Quinto Scritto**

Matricola: 

--	--	--	--	--

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $f: X \rightarrow \mathbf{R}$  una funzione continua su  $X$ ,  $x_o \in X$  ed  $A$  un sottoinsieme di  $X$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $x_o$  di accumulazione per  $A \Rightarrow x_o \in \bar{A}$   
 (2)  $f(x) > 0 \forall x \in A \Rightarrow f(x) > 0 \forall x \in \bar{A}$

- 1.A entrambe solo la seconda 1.B  
 1.C solo la prima nessuna 1.D

2. Sia  $\varphi: A \mapsto \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1 + \frac{1}{x-y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ . (Suggerimento, porre  $z = x - y$ )

- 2.A  $A$  è illimitato e  $\varphi(1/2) = 0$  sup  $A = 1/2$  e  $\varphi(-1) = -1 + \sqrt{3}$  2.B  
 2.C nessuna delle altre affermazioni è esatta  $A$  è limitato e  $\varphi(1/2) = 0$  2.D

3. La funzione  $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbf{R}$  è limite uniforme del suo sviluppo di Fourier  $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^{-n}}{\sqrt{n!}} \text{sen}(nx)$ . Determinare  $\int_{-\pi}^{\pi} (f(x))^2 dx$ . (Suggerimento: si può utilizzare l'uguaglianza di Bessel-Parseval)

- 3.A  $4e^{1/\pi^2}$  nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.B  
 3.C  $\pi(e^{1/4^2} - 1)$   $e^{4^2}$  3.D

4. Sia  $x \geq 0$ . La successione di funzioni  $f_n(x) = n(x^{4/n} - 1)$ , con  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ ,

- 4.A converge puntualmente su  $[1, +\infty[$  ma ivi non uniformemente  
 4.B nessuna delle altre affermazioni è esatta  
 4.C converge uniformemente su  $[1, +\infty[$   
 4.D converge puntualmente solo su intervalli limitati

5. Sia  $A \subseteq \mathbf{R}$  con  $5 \in A$ . Sia  $(X, d)$  lo spazio metrico delle funzioni limitate definite su  $A$  con valori in  $\mathbf{R}$  munito della distanza  $d(f, g) = \sup_{x \in A} |f(x) - g(x)|$ . Sia  $\Phi: X \mapsto \mathbf{R}$  data da  $\Phi(f) = f(5)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $A = \mathbf{R} \Rightarrow \Phi$  è Lipschitziana  
 (2)  $A = [-10, 8] \Rightarrow \Phi$  è Lipschitziana

- 5.A Entrambe Solo la seconda **5.B**  
 5.C Nessuna Solo la prima **5.D**

6. La serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{6n - \sqrt{n}}}{n + 6}$

- 6.A nessuna delle altre affermazioni è esatta converge ad un numero reale **6.B**  
 6.C tende a  $+\infty$  tende a  $-\infty$  **6.D**

7. Si consideri l'uguaglianza  $e^x + \frac{\sin x}{x} = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Gli  $a_n$  non sono univocamente determinati ma certamente  $a_{13} = 1/(13!)$   
 (2) Non esistono degli  $a_n$  che rendano vera questa uguaglianza

- 7.A nessuna delle altre affermazioni è esatta solo la 1 **7.B**  
 7.C solo la 2 entrambe **7.D**

8. Sia  $f \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$  e sia  $x_o \in \mathbf{R}$ . Il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \sin |f(x)| \\ x(0) = x_o \end{cases}$

- 8.A ammette un'unica soluzione locale,  $\forall x_o \in \mathbf{R}$   
 8.B ammette infinite soluzioni per almeno un  $x_o \in \mathbf{R}$   
 8.C non ammette soluzione per almeno un  $x_o \in \mathbf{R}$   
 8.D nessuna delle altre affermazioni è esatta

**Analisi Matematica C**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Quinto Scritto**

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8

Compito A: C B C A A C A A