Analisi Matematica C

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Quarto Scritto

Matricola: | | | | | |

Cognome: .... Nome: ....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia* $f_n(x) = \dfrac{\left(e^{\sinh(1/n)} - 1\right)/n}{\cosh(3/n) - \cos(3/n)}x + \ln\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)$, *con* $n \in \mathbf{N}$, $n \neq 0$. *Detta* f *la funzione limite puntuale di* f_n, *ove definita, si ha che:*

1.A f non è definita in $x = 0$ — nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**

1.C f è limitata — $f(0) + f(3) = 1/3$ **1.D**

2. *La serie di potenze* $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n} 4^{n+4}(x-4)^n$ *ha raggio di convergenza*

2.A nessuna delle altre affermazioni è esatta — $+\infty$ **2.B**

2.C $\ln 4$ — $4/e$ **2.D**

3. *Sia* A *l'insieme degli* $x_o \in \mathbf{R}$ *tali che il Problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = (x+2)\operatorname{sen}(2x) \\ x(2) = x_o \end{cases}$ *ammette un'unica soluzione su tutto* $\mathbf{R}$. *Allora*

3.A $A \subset \mathbf{R}$, $A \neq \mathbf{R}$, A limitato — nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**

3.C $A = \mathbf{R}$ — $A \subset \mathbf{R}$, $A \neq \mathbf{R}$, A illimitato **3.D**

4. *Data la serie di funzioni* $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n^3 + (2+x^2)n^2 + 7} - \sqrt{n^3 + 3nx + 1}$, *siano* P *ed* U *rispettivamente gli insiemi di convergenza puntuale ed uniforme.*

4.A $P = \mathbf{R}$, $U = \emptyset$ — P è illimitato, U è limitato **4.B**

4.C nessuna delle altre affermazioni è esatta — $P = U$ è illimitato **4.D**

5. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *definita su* $[-\pi, \pi]$ *da* $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in \,]-\pi, \pi[\\ 0 & \text{se } x = -\pi \text{ o } x = \pi \end{cases}$ *ed estesa per periodicità su tutto* $\mathbf{R}$. *Siano* a_n, b_n *gli usuali coefficienti di Fourier di* f *e sia* $\mathcal{F} = \mathcal{F}(x)$ *il limite puntuale della serie di Fourier di* f. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\mathcal{F}$ *è definita su* $\mathbf{R}$ *e* $\mathcal{F}(x) = f(x)$ *per ogni* $x \in \mathbf{R}$

(2) $a_4 = 0$ *e* $b_5 = 2/5$

5.A solo la seconda — solo la prima **5.B**
5.C nessuna — entrambe **5.D**

6. *La soluzione $y = y(x)$ del Problema di Cauchy* $\begin{cases} y'' - 4y = 8e^{-2x} \\ y(0) = -2 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$ *è tale che*

6.A $\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0$ e $\lim_{x\to-\infty} y(x) = -\infty$ — $\lim_{x\to-\infty} y(x) = +\infty$ e $y(-1) = 0$ **6.B**
6.C nessuna delle altre affermazioni è esatta — $\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0$ e $y(1) = 0$ **6.D**

7. *Sia* $X = \mathbf{C^0}\big([0,+\infty[\,;\mathbf{R}\big)$ *l'insieme delle funzioni continue definite su* $[0,+\infty[$ *con valori in* $\mathbf{R}$. *Al variare di* $f, g \in X$, *siano inoltre*

$$d_1(f,g) = \int_0^{100} \big|f(x) - g(x)\big|^2\,dx \qquad e \qquad d_2(f,g) = \sup_{x\in[0,+\infty[} \Big|f^2(x) - g^2(x)\Big|$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) d_1 *è una distanza su* X
(2) d_2 *è una distanza su* X

7.A solo la prima — entrambe **7.B**
7.C nessuna — solo la seconda **7.D**

8. *Sia* $\alpha \in \mathbf{R}$. *La serie* $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^3}{\exp(3\alpha n)}$

8.A tende a $+\infty$ se e solo se $\alpha > \ln 3$ — nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**
8.C tende a $+\infty$ se e solo se $\alpha > 3$ — converge ad un numero reale se e solo se $\alpha < 0$ **8.D**

Analisi Matematica C
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Quarto Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	D	A	C	C	D	B	C	B