

Analisi Matematica C

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Secondo Scritto

Matricola:

--	--	--	--	--

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia $f_n(x) = \log_{1/2}(4n^2 + 3n|x| + 7) - \log_{1/2}(n^2 + 8 \arctan |nx|) - \sqrt[n]{n^2} + \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n x$ definita per $n \in \mathbf{N}$ e $n > 3$. Detti A l'insieme di convergenza puntuale di questa successione e f il limite puntuale, si ha:

- 1.A $A =]0, +\infty[$ e $f(\sqrt{3}) = -3 + \sqrt{3}e^{-3}$ nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**
 1.C $A =]0, +\infty[$ e $f(\sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}e^{-3}$ $A = \mathbf{R}$ e $f(\sqrt{3}) = -3 + \sqrt{3}e^{-3}$ **1.D**

2. Siano a_n, b_n due successioni in \mathbf{R} munito della usuale metrica euclidea. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se a_n e b_n sono entrambe di Cauchy e $b_n \neq 0$ per ogni $n \Rightarrow a_n/b_n$ è di Cauchy
 (2) Se a_n e b_n sono entrambe di Cauchy $\Rightarrow a_n b_n$ è di Cauchy

- 2.A solo la 1 nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**
 2.C solo la 2 entrambe **2.D**

3. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 2x \cos^2 y \\ y(0) = 2\pi \end{cases}$

- 3.A ammette un'unica soluzione massimale definita su un intervallo del tipo $]a, +\infty[$
 3.B nessuna delle altre affermazioni è esatta
 3.C ammette un'unica soluzione massimale definita su un intervallo limitato
 3.D ammette un'unica soluzione massimale definita su un intervallo del tipo $] -\infty, a[$

4. Data la successione $f_n(x) = \left(e^{-x^4} + \arctan(\ln(n^3))\right)/n^2$, per $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$.
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Questa serie converge uniformemente su \mathbf{R}
 (2) Questa serie converge totalmente su ogni sottoinsieme compatto di \mathbf{R}

- 4.A Solo la 1 nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**

4.C Entrambe

Solo la 2 4.D

5. Data la funzione $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\text{sen}(nx)}{e^{4n}}$, si ha $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx =$

5.A $\pi/(e^8 - 1)$

$\pi e^8/(e^8 - 1)$ 5.B

5.C $e^8/(e^8 - 1)$

nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Sia $y = y(x)$ la soluzione massimale di $\begin{cases} y' = (y - 7 \text{sen } x)^2 + 7(1 + \cos x) \\ y(0) = 0 \end{cases}$. Allora $\lim_{x \rightarrow 0} \left| \frac{y(x)}{7x} \right| =$

6.A nessuna delle altre affermazioni è esatta

2 6.B

6.C 7

0 6.D

7. Sia (X, d) uno spazio metrico e sia A un sottoinsieme chiuso non vuoto di X . Sia $f: X \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \inf_{a \in A} d(x, a)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad f(x) = 0 \Rightarrow x \in A$$

$$(2) \quad x \in A \Rightarrow f(x) = 0$$

7.A nessuna delle altre affermazioni è esatta

entrambe 7.B

7.C solo la 2

solo la 1 7.D

8. Sia A l'insieme di convergenza puntuale della serie $\sum_{n=3}^{+\infty} \left[\arctan \left(\frac{(e^{1/n^2} - 1) \text{sen}(1/n)}{\ln(1 + n^{-3})} \right) \right]^n (-2 + \ln x)^n$. Allora

8.A $\text{diam } A = \exp \left(2 + \frac{4}{\pi} \right) - \exp \left(2 - \frac{4}{\pi} \right)$

$+\infty$ 8.B

8.C $\pi/2$

nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.D

Analisi Matematica C
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Secondo Scritto

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8

Compito A: D C B C A B B A