Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Terzo Scritto

Matricola: | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:										

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. *Sia* $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *tale che la sua serie di Fourier è*

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \operatorname{sen}(nx).$$

Detti $I_1 = \int_{-\pi}^{\pi} f^7(x)\, dx$ *e* $I_2 = \int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\, dx$ *si ha*

1.A $I_1 = 0$ e $I_2 = 4\pi/3$ — $I_1 = \frac{\pi}{27-1}$ e $I_2 = 4\pi/3$ **1.B**

1.C $I_1 = \frac{27\pi}{27-1}$ e $I_2 = \pi/3$ — $I_1 = 0$ e $I_2 = \pi/3$ **1.D**

2. *Nello spazio metrico* (X, d) *sono date due successioni* x_n *e* y_n. *Sia* $\alpha_n = d(x_n, y_n)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) x_n *e* y_n *entrambi convergenti* $\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} \alpha_n$ *esiste finito*

(2) $\lim_{n\to+\infty} \alpha_n$ *esiste finito* $\Rightarrow x_n$ *e* y_n *entrambi convergenti*

2.A Entrambe — Solo la 1 **2.B**

2.C Solo la 2 — nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. *Sia* $\varphi\colon I \to \mathbf{R}$ *la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = 2x + \operatorname{sen} x \\ x(0) = 1 \end{cases}$. *Allora* $\lim_{t\to 0} \left| \frac{\varphi(t) - 1}{t} \right| =$

3.A nessuna delle altre affermazioni è esatta — $\cos 1$ **3.B**

3.C $2 + \operatorname{sen} 1$ — $+\infty$ **3.D**

4. *È data la successione* $f_n\colon [2, 4] \to \mathbf{R}$ *tale che* $\sum_n f_n$ *converge totalmente su* $[2, 4]$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f_n \overset{p}{\to} 0$ *su* $[2, 4]$

(2) $f_n \overset{u}{\to} 0$ *su* $[2, 4]$

4.A entrambe | Solo la 2 **4.B**
4.C nessuna delle altre affermazioni è esatta | Solo la 1 **4.D**

5. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = e^{nx} \operatorname{sen} x$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad \lim_{n\to\infty} \int_{-\pi/2}^{0} f_n(x)\,dx = 0$$

$$(2) \qquad f_n \text{ converge puntualmente ma non uniformemente su }]-\pi/2, 0]$$

5.A solo la prima | entrambe **5.B**
5.C nessuna | solo la seconda **5.D**

6. *Il punto* $(0,0)$ *è per la funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = x^3 + \cos(y - 3x)$
6.A una sella | un minimo locale **6.B**
6.C non è stazionario | un massimo locale **6.D**

7. *Le funzioni* $f(x,y) = x - y^2$ *e* $g(x,y) = x + y$ *hanno sul dominio* $\frac{x^2}{\alpha^2} + y^2 = 1$ *con* $\alpha \neq 0$ *lo stesso punto di massimo*
7.A per un numero finito di α | per α sufficientemente grande **7.B**
7.C per nessun α | nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. $\displaystyle \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{5x^2 + y^2}{|x| + 5|y|} =$
8.A Non esiste | nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**
8.C $5/(5 + \pi/\sqrt{2})$ | 0 **8.D**

9. *Siano* $f, g\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *tali che le equazioni* $f(x,y) = 0$ *e* $g(x,y) = 0$ *soddisfino in* $(0,0)$ *le ipotesi del teorema della funzione implicita definendo le funzioni* $y = \varphi(x)$ *e* $y = \gamma(x)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f(x,y) \cdot g(x,y) = 0$ *non soddisfa le ipotesi del teorema della funzione implicita*

(2) $f(x,y) + g(x,y) = 0$ *soddisfa le ipotesi del teorema della funzione implicita*

9.A Entrambe | Solo la 1 **9.B**
9.C Solo la 2 | nessuna delle altre affermazioni è esatta **9.D**

10. *Dati* $f(x,y) = x \operatorname{sen}(y^2 + 1)$ *ed il triangolo* T *di vertici* $(\beta, 0)$, $(0,1)$ *e* $(-\alpha, 0)$ *con* $\alpha, \beta > 0$, *si ha che* $\displaystyle\int\!\!\int_T f(x,y)\,dx\,dy \geq 0$ *se e solo se*
10.A $\alpha < \beta$ | $\alpha > \beta$ **10.B**
10.C $\alpha \geq \beta$ | $\alpha \leq \beta$ **10.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Terzo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	B	C	A	A	A	C	D	B	D