Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Primo Scritto

Matricola: | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:										

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} x^2 & \textit{se } y = x^2 \\ 0 & \textit{altrimenti} \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad f \in \mathbf{C^0}\left(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}\right)$$
$$(2) \qquad f \textit{ è derivabile in } (0,0)$$

1.A Solo la 2 — Solo la 1 **1.B**
1.C Entrambe — nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *la funzione* 2π*-periodica data da*

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ \alpha & 0 \le x \le 1/n \\ \frac{\operatorname{sen}^2 x^2 - x^4}{x^8} & 1/n < x \le \pi \end{cases}$$

e sia f *il suo limite puntuale. Siano* $s_n(x)$ *e* $s(x)$ *le somme della serie di Fourier associate a* f_n *e* f *rispettivamente. Allora* s_n *converge puntualmente a* s *se e solo se*

2.A $\alpha = -1/3$ — $\alpha = 0$ **2.B**
2.C $\forall\alpha$ — $\nexists\alpha$ **2.D**

3. *Siano* (X, d) *uno spazio metrico e* x_n *una successione di elementi di* X*. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad \lim_{n\to+\infty} d(x_n, x_{n+1}) = 0 \Rightarrow x_n \textit{ limitata}$$
$$(2) \qquad x_n \textit{ convergente} \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} d(x_n, x_{n+1}) = 0$$

3.A Solo la 2 — nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**

3.C Solo la 1 Entrambe **3.D**

4. *Il punto* $(0,0)$ *è per la funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = (x^2+y^2)^2(y - x^4 - \alpha)$ *con* $\alpha \in \mathbf{R}$ *un punto di minimo locale se e solo se*

4.A $\alpha \geq 0$ $\alpha < 0$ **4.B**

4.C $\alpha > 0$ $\alpha \leq 0$ **4.D**

5. *Sia* $f(x,y) = (1 + 3x^2 - \operatorname{sen} x)y + e^{3y} = 0$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f(x,y) = 0$ *definisce implicitamente un'unica funzione* $\varphi\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

(2) $f(x,y) = 0$ *definisce implicitamente un'unica funzione* $\varphi\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *e* $\varphi < 0$

5.A Entrambe Solo la 2 **5.B**

5.C nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la 1 **5.D**

6. *Il Problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = 6 + \operatorname{sen}\sqrt{6 + |6x|} \\ x(6) = 0 \end{cases}$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy*

6.A solo globale locale e globale **6.B**

6.C solo locale nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. *Sia* T *il triangolo di vertici* $(0,1)$, $(0,2)$ *e* $(1,1)$ *e sia* $f\colon T \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = -\frac{x^2}{y}$. *Allora* f *ammette*

7.A infiniti punti di massimo ed un solo punto di minimo

7.B infiniti punti di minimo ed un solo punto di massimo

7.C ammette un solo punto di minimo ed un solo punto di massimo

7.D ammette più di un punto di minimo

8. *L'equazione differenziale* $y'' + 2y = \lambda e^x$ *non ammette soluzioni periodiche*

8.A per infiniti λ solo se $\lambda = 0$ **8.B**

8.C per nessun λ per ogni λ **8.D**

9. *Siano* $f, g\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ *soddisfacenti le ipotesi del teorema della funzione inversa in* $(0,0)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f + g$ *soddisfa alle ipotesi del teorema della funzione inversa*

(2) $f - g$ *soddisfa alle ipotesi del teorema della funzione inversa*

9.A Entrambe nessuna delle altre affermazioni è esatta **9.B**

9.C Solo la 2 Solo la 1 **9.D**

10. *L'integrale doppio di* $f(x,y) = x$ *sul triangolo di vertici* $(0,-1)$, $(-1,0)$ *e* $(-2,0)$ *vale*

10.A $1/2$ 2 **10.B**

10.C -2 $-1/2$ **10.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Primo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	A	A	A	B	A	B	A	A	B	D