

**Analisi Matematica 2**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 07-08 Terzo Scritto**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico. Sia  $x_n$  una successione in  $X$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $x_n$  limitata  $\Rightarrow x_n$  convergente
- (2)  $x_n$  convergente  $\Rightarrow x_n$  di Cauchy

1.A Solo la prima entrambe **1.B**  
 1.C Solo la seconda nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. Dati in  $\mathbf{R}^3$  i punti  $A(3, 0, 0)$ ,  $B(0, 4, 0)$  e  $C(0, 0, 5)$ , sia  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  la funzione avente per grafico il piano passante per  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Determinare  $\iint_T f(x, y) dx dy$ , dove  $T$  è il triangolo di estremi  $A$ ,  $B$  e l'origine.

2.A 24 nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**  
 2.C 20 12 **2.D**

3. Sia  $f_n(x) = \left(1 - \frac{1}{2n}\right)^n + \sum_{k=n}^{+\infty} k \chi_{[k, k+1[}(x)$ , con  $x \in \mathbf{R}$ . Detto  $f$  il limite puntuale di  $f_n$  per  $n \rightarrow +\infty$ , si ha che:

3.A  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( f(x) + \frac{\sin(3x)}{x} \right) = 3 + \frac{1}{\sqrt{e}}$  nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**  
 3.C  $f$  ha almeno un asintoto verticale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  non esiste **3.D**

4. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x^2(x^2 + y^2 - \pi)$  sull'insieme  $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq \pi\}$

4.A nessuna delle altre affermazioni è esatta  
 4.B ammette infiniti punti di minimo assoluto e massimo assoluto  $= -\pi^2/4$   
 4.C ammette minimo assoluto, ma non massimo assoluto  
 4.D non ammette punti di massimo assoluto in  $\overset{\circ}{C}$

5. Siano  $f \in C^0(\mathbf{R}; \mathbf{R})$  e  $g \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) se  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = g(0)$ , allora  $f$  è derivabile in  $x = 0$
- (2) se  $f(x) = g(x) + o(x)$  per  $x \rightarrow 0$ , allora  $f$  è derivabile in  $x = 0$

- 5.A** entrambe  
**5.C** solo la (1)

- nessuna **5.B**  
solo la (2) **5.D**

**6.** Sia  $y = y(x)$  la soluzione di  $\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = 0 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = -2 \end{cases}$ . Sia  $f(x) = y(x) - 2$ . Si ha che:

- 6.A**  $f(x) = o(x)$  per  $x \rightarrow 0$   $f(x) = o(1)$  e  $f(x) \neq o(x)$  per  $x \rightarrow 0$  **6.B**  
**6.C** nessuna delle altre affermazioni è esatta  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq 0$  **6.D**

**7.** La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}^2$  data da  $f(x) = \begin{bmatrix} (x+3)^2 + y^2 \\ \sin x + 7 \sin y \end{bmatrix}$

- 7.A** è iniettiva, ma non suriettiva  
**7.B** nessuna delle altre affermazioni è esatta  
**7.C** è localmente invertibile in  $(0,0)$ , ma non globalmente invertibile  
**7.D** è localmente invertibile in  $(0,0)$  ed è iniettiva

**8.** Siano  $\varphi$  e  $\psi$ , rispettivamente, soluzioni dei problemi di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \sin^3 x \\ x(0) = 1 \end{cases}$  e  $\begin{cases} \dot{x} = \sin^3 x \\ x(0) = 2 \end{cases}$ . Allora:

- 8.A**  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \psi(t)$   $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\psi(t) - \varphi(t)) = +\infty$  **8.B**  
**8.C**  $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\psi(t) - \varphi(t))$  esiste finito ed è maggiore di 1 nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

Analisi Matematica 2  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 07-08 Terzo Scritto

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8

Compito A: C B A A D B C A