

Analisi Matematica 2

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 07/08 - Primo Scritto

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Siano (X, d) uno spazio metrico, $A \subseteq X$ un suo sottoinsieme non vuoto e x_n una successione di elementi di A convergente ad un x_∞ in X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) x_∞ è di accumulazione per A
 (2) $x_\infty \in \bar{A}$

1.A entrambe nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**
 1.C solo la prima solo la seconda **1.D**

2. Sia $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 4] \text{ e } x \leq 0\}$. Allora $\int \int_T \frac{7(x^2 + y^2)^{-1}}{1 + (1/4) \ln^2(x^2 + y^2)} dx dy =$

2.A $\pi \arctan(7 \ln 2)$ nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**
 2.C $7\pi \arctan \ln 2$ $\pi \arctan \ln(2/7)$ **2.D**

3. Al variare di $\alpha, \beta \in]0, +\infty[$, sia $f(x, y) = \begin{cases} \frac{7(x-7)^\alpha - \arctan(8(y-2)^\beta)}{(x-7)^2 + 2 - y} & (x, y) \neq (7, 2) \\ 0 & (x, y) = (7, 2) \end{cases}$. Le derivate

parziali $\frac{\partial f}{\partial x}(7, 2)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(7, 2)$ esistono se e solo se

3.A $\alpha \geq 3$ e $\beta \geq 2$ nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**
 3.C $\alpha \geq 7$ e $\beta \geq 2$ $\alpha \geq 3$ e $\beta \geq 7$ **3.D**

4. Sia $y: I \mapsto \mathbf{R}$, con I intervallo in \mathbf{R} , la soluzione del Problema di Cauchy $\begin{cases} y'' = (x + y')^2 \\ y(0) = 7 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$. Allora si ha che

(può essere utile la sostituzione $z = x + y'$).

4.A nessuna delle altre affermazioni è esatta $\pi \in I$ e $y(\pi) = 7 - (\pi^2/2)$ **4.B**
 4.C $\pi \in I$ e $y(\pi) = \pi^2/2$ $\pi/4 \in I$ e $y(\pi/4) = 7 - \pi^2/32 + (1/2) \ln 2$ **4.D**

5. Data la funzione $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ definita da $f(x) = (1/5) \operatorname{sen}(5 \exp(\exp(x)))$, si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è sublineare e il problema di Cauchy ammette un'unica soluzione su \mathbf{R} per ogni $x_0 \in \mathbf{R}$
 (2) f non è glob. Lipschitz ma il problema di Cauchy ammette un'unica soluzione su tutto \mathbf{R} per ogni $x_0 \in \mathbf{R}$

5.A nessuna entrambe 5.B
 5.C solo la (1) solo la (2) 5.D

6. Sia $f(x, y) = 3xy e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}$. Detti M e m il massimo e il minimo assoluto di f su \mathbf{R}^2 , $\frac{M}{m} =$

6.A 0 2 6.B
 6.C nessuna delle altre affermazioni è esatta -1 6.D

7. L'equazione $2y^5 + (2 + \alpha)x^4 + 22y^3 + y/2 + 4x = 0$ definisce implicitamente una funzione $y = y(x)$ definita su tutto \mathbf{R} se e solo se

7.A $\alpha > -2$ $\alpha \leq 22$ 7.B
 7.C $\alpha \geq -2$ nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.D

8. Sia $f_n(x) = (\cos(nx))^{8n^2}$. Allora

8.A $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n(x)$ converge puntualmente su $[-e, e]$ nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.B
 8.C f_n converge puntualmente su \mathbf{R} . f_n converge puntualmente solo su $[-e, e]$. 8.D

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 07/08 - Primo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	D	C	A	D	B	D	D	B