Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 07/07 - Quarto Scritto

Matricola: | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La funzione $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ data da* $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(3x^2+2y^2)^\alpha \ln(1+2x^2+3y^2)}{\sinh(x^2+3y^2)} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ *è differenziabile su $\mathbf{R}^2$ se e solo se*

1.A $\alpha < 1$ | $\alpha > 1/2$ **1.B**

1.C $\alpha > 0$ | nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. *La soluzione del problema di Cauchy* $\begin{cases} y' - 4xy = x^3 \\ y(0) = -1/8 \end{cases}$

2.A ammette almeno un punto di flesso | nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**

2.C è crescente | è dispari **2.D**

3. *Sia $f \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R}^2;\mathbf{R})$ una funzione tale che per ogni $(x,y) \in \mathbf{R}^2$, $\left\|\nabla f(x,y)\right\| \geq 5$ e inoltre $\nabla f(x,y)$ è parallelo al vettore $5\mathbf{i}+2\mathbf{j}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *f ristretta alla circonferenza di centro $(5,2)$ e raggio 5 ammette un unico punto di massimo*

(2) *f ristretta alla circonferenza di centro $(5,2)$ e raggio 5 ammette un unico punto di minimo*

3.A nessuna | solo la (2) **3.B**

3.C solo la (1) | entrambe **3.D**

4. *Siano $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. La serie* $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\arctan\left(1+\ln(1+5x^2+n^2)\right)}{(2n+\cos x)^{4\alpha-1}} + \frac{n^\beta}{5^n}\chi_{[-5,5]}(x) \right)$ *($\chi_{[-5,5]}$ è la funzione caratteristica di $[-5,5]$) converge totalmente su $\mathbf{R}$ se e solo se*

4.A $\alpha > 0$ e $\beta > 1/5$ | $\alpha > 1/2$ e $\beta \in \mathbf{R}$ **4.B**

4.C nessuna delle altre affermazioni è esatta | $\alpha > 1/2$ e $\beta < 0$ **4.D**

5. *Sia $A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [0, \ln 3] \text{ e } y \in [1,(2e)]\right\}$. Allora* $\displaystyle\iint_A \frac{2y}{1+e^{2x}}\,dx\,dy =$

5.A $\dfrac{(2e)^2-1}{2}(\ln 9 + \ln 5)$ | nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**

5.C $\frac{(2e)^2-1}{2}(2\ln 3 - \ln 5)$ $\frac{(2e)^2-1}{2}(\ln 6 - \ln 5)$ **5.D**

6. *Sia* $s(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ *la funzione segno. Sia* A *l'insieme degli* x_o *in* $\mathbf{R}$ *per cui il Problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = s(x) \\ x(7) = x_o \end{cases}$ *ammette un'unica soluzione su* $[7, +\infty[$. *Allora:*

6.A $A = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.B**
6.C $A = \{0\}$ $A = \emptyset$ **6.D**

7. *Sia* (X, d) *uno spazio metrico e* x_n *una successione di elementi di* X. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *se* x_n *è di Cauchy, allora* $\lim_{n\to+\infty} d(x_n, x_{n+1}) = 0$

(2) *se* $\lim_{n\to+\infty} d(x_n, x_{n+1}) = 0$, *allora* x_n *ammette limite in* X

7.A solo la (1) solo la (2) **7.B**
7.C entrambe nessuna **7.D**

8. *Siano* $\alpha \in \mathbf{R}$ *con* $\alpha \neq 0$, $(x_o, y_o, z_o) \in \mathbf{R}^3$ *e* $f \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^3; \mathbf{R})$ *tali che* $\nabla f(x_o, y_o, z_o) = 0$ *e* $H_f(x_o, y_o, z_o) = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & -\alpha^2 \\ 0 & 1 & 1+\alpha \\ 1/\alpha^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, *per un dato* $(x_o, y_o, z_o) \in \mathbf{R}^3$. *Allora è necessariamente vero che:*

8.A nessuna delle altre affermazioni è esatta
8.B $\alpha > 5 \Rightarrow (x_o, y_o, z_o)$ è punto di minimo relativo
8.C $\alpha \geq 2 \Rightarrow (x_o, y_o, z_o)$ è punto di massimo relativo
8.D $\alpha \leq -2 \Rightarrow (x_o, y_o, z_o)$ è punto di massimo relativo

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 07/07 - Quarto Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	B	B	D	B	C	B	A	B