

**Analisi Matematica 2**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 06/07 Terzo Scritto**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. In un intorno di  $(0, 1/2)$ , l'equazione  $xe^y - 2y + 1 = 0$  definisce una funzione  $y = \varphi(x)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\varphi'(0) + 2\varphi''(0) = \sqrt{e} + e$   
 (2)  $\varphi(x) = 1/2 + (\sqrt{e}/2)x + (e/4)x^2 + o(x^2)$  per  $x \rightarrow 0$

- 1.A entrambe solo la (1) **1.B**  
 1.C nessuna delle altre affermazioni è esatta solo la (2) **1.D**

2. La funzione  $f(x, y) = \frac{y}{x^2 + 2 + y^2}$  ristretta alla circonferenza di centro  $(0, \sqrt{3})$  di raggio  $\sqrt{3}$

- 2.A ha punti di estremo in  $(q, \pm\sqrt{3})$  ammette minimo assoluto in  $(0, 2\sqrt{3})$  **2.B**  
 2.C ammette un massimo locale in  $(0, 0)$  nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. Sia  $f_n(x) = n \frac{e^{\sinh(1/n)} - e^{\sin(1/n)}}{\cosh(7/n) - \cos(7/n)} x + \frac{2}{n^2} e^x$  e sia  $f$  il limite puntuale di  $f_n$  ove è definito. Allora:

- 3.A  $f(2) = 139/2$  nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**  
 3.C  $f$  non è definita in 2  $f(2) = 2/147$  **3.D**

4. Siano  $f \in \mathbf{C}^0(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  una funzione ed  $A \subseteq \mathbf{R}^2$  un insieme non vuoto. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) se  $A$  è convesso, allora  $f(A)$  è un intervallo  
 (2) se  $f(A)$  non è compatto, allora  $A$  non è compatto

- 4.A entrambe solo la (2) **4.B**  
 4.C nessuna solo la (1) **4.D**

5. Relativamente alla soluzione  $y = y(x)$  del problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' - 4y = 4e^{-2x} \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$$

$$(2) \quad y(1) = -2e^{-2}$$

5.A nessuna delle altre affermazioni è esatta

entrambe 5.B

5.C solo la (1)

solo la (2) 5.D

6. Siano  $E_1 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [-1, y^2] \text{ e } y \in [-1, 1]\}$  e  $E_2 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \in [1, 2] \text{ e } x \in [y - 2, 2 - y]\}$ . Allora

$$\iint_{E_1 \cup E_2} (yx^2 + yx^3 \cos x) \, dx \, dy =$$

6.A 3

1/5 6.B

6.C nessuna delle altre affermazioni è esatta

1/3 6.D

7. È dato il Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \min\{6, x^3\} \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $\forall x_0 \in \mathbf{R}$ , le ipotesi del Teorema di Cauchy locale sono soddisfatte

(2)  $\forall x_0 \in \mathbf{R}$ , le ipotesi del Teorema di Cauchy globale sono soddisfatte

7.A solo la (2)

solo la (1) 7.B

7.C entrambe

nessuna 7.D

8. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $A \subseteq X$  non vuoto,  $x_n$  una successione in  $X$  e  $x_*$  il limite di  $x_n$  per  $n \rightarrow +\infty$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $x_n \in A$  per tutti gli  $n$  abbastanza grandi  $\Rightarrow x_* \in \bar{A}$

(2)  $x_* \in A \Rightarrow x_n \in A$  per tutti gli  $n$  abbastanza grandi

8.A solo la (2)

nessuna 8.B

8.C solo la (1)

entrambe 8.D

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8

Compito A: D D D A B B B C