

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 06/07 - Secondo Scritto

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8

Risposta:

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \in [1, 4] \text{ e } x \in [1, e]\}$. Allora $\int \int_A 3yx^{\ln x} \frac{\ln x}{x} dx dy =$
1.A $(45/4)(e - 1)$ $(45/4)\pi(e - 1)$ **1.B**
1.C $4e^{(45/4)}$ nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. Dato uno spazio metrico (X, d) , sia $A \subseteq X$ non vuoto e sia $f: X \mapsto X$ data da $f(x) = \inf\{d(x, \xi) : \xi \in A\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $f(x) = 0 \Rightarrow x \in \bar{A}$
(2) $x \in \overset{\circ}{A} \Rightarrow f(x) = 0$

2.A solo la (1) nessuna **2.B**
2.C solo la (2) entrambe **2.D**

3. Sia $f \in C^0(\mathbf{R}^3; \mathbf{R})$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) se f è limitata su \mathbf{R}^3 , allora f è uniformemente continua su \mathbf{R}^3
(2) se f è uniformemente continua su \mathbf{R}^3 , allora f è limitata su \mathbf{R}^3

3.A nessuna solo la (2) **3.B**
3.C entrambe solo la (1) **3.D**

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}^2$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f localmente invertibile in un intorno di ogni punto di $\mathbf{R}^2 \Rightarrow f$ globalmente invertibile
(2) f biiettiva $\Rightarrow f$ localmente invertibile in un intorno di ogni punto di \mathbf{R}^2

4.A solo la prima entrambe **4.B**

4.C solo la seconda

nessuna 4.D

5. Sia $f(x, y) = (\arctan |y - x^2|) e^{-5x^2 - y^2}$. È allora necessariamente vero che:

5.A f non è differenziabile nei punti di minimo assoluto e $f(\mathbf{R}^2) = [0, \pi/2[$

5.B f è differenziabile su \mathbf{R}^2 ed ha infiniti punti di minimo assoluto

5.C f è differenziabile su \mathbf{R}^2 e $f(\mathbf{R}^2) = [0, \pi/2]$

5.D nessuna delle altre affermazioni è esatta

6. Le funzioni $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ e $g: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ sono tali che i problemi di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ e $\begin{cases} \dot{x} = g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ soddisfano alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su \mathbf{R} . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \cdot g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su \mathbf{R}

(2) $\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su \mathbf{R}

6.A entrambe

solo la (1) 6.B

6.C solo la (2)

nessuna 6.D

7. Si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = \alpha \\ y'(0) = \alpha^2 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, la soluzione è periodica

(2) per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, la soluzione è illimitata

7.A nessuna

solo la seconda 7.B

7.C solo la prima

entrambe 7.D

8. Siano E ed F rispettivamente l'insieme di convergenza uniforme ed assoluta della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \left[\frac{\arctan(3+k)}{1+k^2} \right] \chi_{[k, k+1[}(x) + \frac{\left(1 + \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{k}} \right)^k}{(4+x^2)\sqrt{k}}.$$

Allora:

8.A $E = F = \mathbf{R}$

$F = \mathbf{R}$ ed E è limitato 8.B

8.C $E \neq F$ e sono entrambi illimitati

nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.D

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8

Compito A: A D A C A C A A