

**Analisi Matematica a**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2005/2006 – Secondo Scritto**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:      1          2          3          4          5          6          7          8          9          10

Risposta:                                         

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

**1.** Sia  $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  una funzione continua su  $\mathbf{R}$  tale che  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 9$ . Allora l'equazione  $f(x) = 8$

- 1.A** ammette infinite soluzioni Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**  
**1.C** ammette al più una soluzione ammette esattamente una soluzione **1.D**

**2.** Sia  $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  una funzione derivabile 2 volte su  $\mathbf{R}$  tale che  $f(x) = 5 + 8x^2 + o(x^2)$  per  $x \rightarrow 0$ . Allora

- 2.A**  $f$  è convessa su  $[-5, 8]$   $f$  ha un punto di flesso in  $x = 0$  **2.B**  
**2.C**  $f$  ha un punto di minimo locale in  $x = 0$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

**3.** Dati  $\alpha \in \mathbf{R}$  e la funzione  $f_\alpha: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  con  $f(x) = \begin{cases} \ln(x^2 + 2) - \ln 4 & x \geq 0 \\ x^3 + \alpha & x < 0 \end{cases}$ , quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono vera/e?

1.  $\exists \alpha \in \mathbf{R}$  tale che  $f_\alpha$  è continua su  $\mathbf{R}$
2.  $\exists \alpha \in \mathbf{R}$  tale che  $f_\alpha$  è continua e derivabile su  $\mathbf{R}$
3.  $\forall \alpha \in \mathbf{R}$ ,  $f_\alpha$  è continua su  $\mathbf{R}$

- 3.A** La 1. e la 3. Solo la 1. **3.B**  
**3.C** Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la 2. **3.D**

**4.** Date due successioni  $a: \mathbf{N} \mapsto \mathbf{R}$  e  $b: \mathbf{N} \mapsto \mathbf{R}$  Quale/i tra le seguenti implicazioni è/sono vera/e?

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$  e  $\sup_{\mathbf{N}} b_n = +\infty \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n + b_n = +\infty$
2.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$  e  $\forall n \in \mathbf{N} \ b_n \in [5, 8] \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n + b_n$  esiste finito

- 4.A** Solo la 1. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**  
**4.C** Tutte Solo la 2. **4.D**

**5.** Siano  $A$  e  $B$  due sottoinsiemi di  $\mathbf{R}$ . Quale/i tra le seguenti implicazioni è/sono vera/e?

1.  $A, B$  chiusi  $\Rightarrow A \cup B$  chiuso
2.  $A, B$  limitati  $\Rightarrow A \cup B$  limitato
3.  $A, B$  limitati solo superiormente  $\Rightarrow A \cup B$  limitato solo superiormente

- 5.A** Solo la 1. Tutte **5.B**  
**5.C** Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la 2. **5.D**

**6.** Sia  $f: [-1, 8] \mapsto \mathbf{R}$  una funzione continua su  $[-1, 8]$ . Quale/i tra le seguenti implicazioni è/sono vera/e?

1.  $f$  strettamente crescente su  $[-1, 8] \Rightarrow f$  convessa su  $]-1, 8[$ .
2.  $f$  convessa su  $]-1, 8[ \Rightarrow f$  debolmente crescente su  $[-1, 8]$ .
3.  $f$  convessa su  $[-1, 8] \Rightarrow f$  iniettiva.

- 6.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta La 1. e la 3. **6.B**  
**6.C** Solo la 2. Solo la 3. **6.D**

**7.** Sia  $f: [3, 4] \mapsto \mathbf{R}$  una funzione continua su  $[3, 4]$ . Quale/i tra le seguenti implicazioni è/sono vera/e?

1.  $f$  strettamente crescente su  $[3, 4] \Rightarrow f$  derivabile su  $]3, 4[$ .
2.  $f$  derivabile su  $]3, 4[ \Rightarrow f$  debolmente crescente su  $[3, 4]$ .
3.  $f$  strettamente crescente su  $[3, 4] \Rightarrow f$  iniettiva.

- 7.A** Solo la 3. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**  
**7.C** La 1. e la 3. Solo la 2. **7.D**

**8.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \arcsin x - 2x}{3x - 2 \operatorname{tg} x} =$

- 8.A** 2 3 **8.B**  
**8.C** 1 Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

**9.** Sia  $f: [-6, 6] \mapsto \mathbf{R}$  una funzione continua su  $[-6, 6]$  e derivabile su  $]-3, 3[$ . Se  $f(0) \leq 6$  e  $f'(x) < 3$  per ogni  $x \in ]-3, 3[$ , allora

- 9.A**  $f(1) > 0$   $f(1) < 9$  **9.B**  
**9.C** Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $f(1) < 3$  **9.D**

**10.** Data  $f(x) = e^{5x^2} \sqrt{1 - [\ln(x - 5)]}$ , sia  $A$  l'insieme su cui  $f$  è definita e sia  $B$  l'insieme su cui  $f$  è derivabile. Allora:

- 10.A**  $A$  è illimitato,  $B \subset A$  e  $B \neq A$   $A = B$  è aperto e limitato **10.B**  
**10.C** Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $A = B$  è un insieme chiuso illimitato **10.D**

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	C	B	B	B	A	A	C	B	C